

به نام خدا



درس معادلات دیفرانسیل
نیم سال دوم ۰۳-۰۴
استاد: دکتر قاجار، دکتر گاذری

تمرین سری نهم

دانشکده علوم ریاضی

۱. در هر قسمت تکین عادی بودن نقطه داده شده برای معادله دیفرانسیل را بررسی کنید.

(الف)

$$t(t-2)y'' + ty' + y = 0, \quad t = 0 \quad \text{و} \quad t = 2$$

(ب)

$$(\sin t)y'' + (\cos t)y' + \frac{1}{t}y = 0, \quad t = 0$$

(ج)

$$(e^t - 1)y'' + e^t y' + y = 0, \quad t = 0$$

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل در هر قسمت را بیابید.

(الف)

$$2t^2 y'' - ty' + (1+t)y = 0.$$

(ب)

$$2ty'' + (1+t)y' - 2y = 0.$$

۳. دو جواب مستقل خطی معادله دیفرانسیل زیر را پیدا کنید. اختلاف ریشه‌های معادله مشخصه با هم یک عدد مثبت است با این وجود دو جواب به صورت $t^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n$ وجود دارد.

$$t^2 y'' + (3t - t^2)y' - ty = 0.$$

۴. در هر قسمت لاپلاسین تابع داده شده را محاسبه کنید.

(الف) $e^{at} \sin(bt)$

(ب) t^n

(ج) $\sin^2 at$

(د) $t^{-\frac{1}{2}}$

۵. نشان دهید تابع e^{t^2} دارای تبدیل لاپلاس نمی باشد.

۶. فرض کنید تابع $f(t)$ از مرتبه نمایی است و $F(s) = \mathcal{L}(f(t))$. نشان دهید $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = 0$.