



درس معادلات دیفرانسیل
نیم سال دوم ۰۳-۰۴
استاد: دکتر قاجار، دکتر گاذری

تمرین سری هفتم

دانشکده علوم ریاضی

۱. جواب مساله مقدار اولیه زیر را به دست آورید.

$$3y'' + 4y' + y = (\sin t)e^{-t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

۲. معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$(t^2 + t)y'' + (2 - t^2)y' - (2 + t)y = t(t + 1)^2 \quad (t > 0)$$

الف) یک جواب معادله دیفرانسیل همگن متناظر $y_1 = \frac{1}{t}$ است. با استفاده از روش کاهش مرتبه، جواب y_2 (y_1 مستقل خطی با) از معادله دیفرانسیل همگن متناظر به دست آورید.

ب) با استفاده از روش تغییر پارامتر، یک جواب خصوصی برای معادله دیفرانسیل داده شده بیابید.

ج) جواب عمومی معادله دیفرانسیل داده شده را بنویسید.

۳. معادله دیفرانسیل

$$ty'' - (1 + 3t)y' + 3y = 0$$

دارای جوابی به فرم e^{ct} ، برای c ثابت است. جواب عمومی این معادله را به دست آورید.

۴. جواب خاص معادله دیفرانسیل داده شده در هر قسمت را بیابید.

الف)

$$y'' + 4y' + 4y = te^{\alpha t}.$$

ب)

$$y'' + y = t \sin 2t.$$

ج)

$$y'' - 2y' + 5y = 2 \cos^2 t.$$

د)

$$y'' + 2y' = 1 + t^2 + e^{-2t}.$$

۵. اگر بر بازه (t_1, t_2) ، داشته باشیم $q(t) \leq 0$. آنگاه هر جواب نابديهی معادله دیفرانسیل:

$$y'' + q(t)y = 0$$

حداکثر دارای یک ریشه در این بازه است.