

به نام خدا



درس ریاضی عمومی ۲ نیمسال دوم ۱۴۰۳-۱۴۰۴
استاد: دکتر محمدرضا رزوان، دکتر علیرضا رنجبرمطلق، دکتر سید رضا مقدسی
تمرین سری یازدهم
دانشکده علوم ریاضی

صفحه ۹۰۶ آدامز

۱. ۲. نشان دهید که روی سطح کروی $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ، المان سطح در مختصات کروی به صورت

$$dS = a^2 \sin \phi \, d\phi \, d\theta$$

بیان می‌شود.

۲. ۸. مساحت بخشی از مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ را بیابید که درون استوانه $2ay = x^2 + y^2$ قرار دارد.

۳. ۱۴. مقدار انتگرال دوگانه زیر را بیابید، که S بخشی از مخروط $z = \sqrt{2(x^2 + y^2)}$ است که در زیر صفحه $z = 1 + y$ قرار دارد:

$$\iint_S y \, dS$$

۴. ۲۱. مقدار زیر را بیابید، که $\mathcal{P}$ صفحه‌ای با معادله $Ax + By + Cz = D$ است و $D \neq 0$:

$$\iint_{\mathcal{P}} \frac{dS}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

صفحه ۹۱۲ آدامز

۵. ۱۰. شار میدان برداری $\mathbf{F} = 2x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ رو به بالای مار بر سطح $\mathbf{r} = u^2v\mathbf{i} + uv^2\mathbf{j} + v^3\mathbf{k}$ را که $0 \leq u \leq 1$ ، $0 \leq v \leq 1$ ، بیابید.

۶. ۱۳. شار میدان

$$\mathbf{F} = \frac{m\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$$

را از سطح مکعبی با بازه‌های $-a \leq x, y, z \leq a$ رو به بیرون، بیابید.

۷. ۱۵. شار یک میدان برداری صفحه‌ای را از روی یک منحنی قطعه ای هموار تعریف کنید. سپس شار میدان

$$\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

را به سمت بیرون از:

(a) دایره $x^2 + y^2 = a^2$

(b) مرز مربع $-1 \leq x, y \leq 1$

بیابید.

۸. ۱۶. شار میدان برداری

$$\mathbf{F} = \frac{-(x\mathbf{i} + y\mathbf{j})}{x^2 + y^2}$$

را به سمت داخل از روی هر یک از دو منحنی سوال قبل بیابید.

۹. سوال ۲. فرض کنید C بخشی از منحنی تقاطع سطوح

$$z = x + y^2 \quad \text{و} \quad y = 2x$$

باشد که از مبدأ تا نقطه‌ی $(2, 4, 18)$ امتداد دارد. مقدار انتگرال خطی زیر را بیابید:

$$\int_C 2y \, dx + x \, dy + 2 \, dz$$

۱۰. ۳. مقدار انتگرال دوگانه زیر را بیابید، که S بخشی از مخروط

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

است در ناحیه‌ای که:

$$0 \leq x \leq 1 - y^2$$

و:

$$\iint_S x \, dS$$

۱۱. سوال ۹. فرض کنید

$$\mathbf{F} = \frac{x^2}{y} \mathbf{i} + y \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

(a) خط میدان $\mathbf{F}$ را بیابید که از نقطه‌ی $(1, 1, 0)$ عبور می‌کند و سپس نشان دهید که از نقطه‌ی $(e, e, 1)$ نیز عبور می‌کند.(b) مقدار انتگرال خطی زیر را بیابید که در آن C همان بخش از خط میدان قسمت (a) است که از نقطه‌ی $(1, 1, 0)$ تا $(e, e, 1)$ می‌رود:

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

توجه: سوالات کلا از کتاب آدامز ویرایش نهم طراحی شده و شمارات پراکنده‌ای که کنار تمرینات هستند دقیقاً مطابق شماره همان تمرین در کتاب است.**توجه:** در کلاس حل تمرین فقط سوالاتی که شماره آنها با رنگ قرمز مشخص شده، حل می‌شوند.