

ریاضی مهندسی
مسائل کلاس تمرین (هفته‌ی یازدهم)
نیمسال دوم ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱. جواب مساله‌های ناهمگن زیر را به دست آورید.

آ-

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 2x^2t + 1, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0, t) = t, u_x(1, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

ب-

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = 50e^{-2x}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u_x(0, t) = 1, \quad u(\pi, t) = 2 \\ u(x, 0) = \sin x \end{cases}$$

پ-

$$\begin{cases} u_t = 9u_{xx} - 6u_x + u + \sin x, & \pi < x < \pi, t > 0 \\ u(-\pi, t) = u(\pi, t) + 1 \\ u_x(\pi, t) = u_x(\pi, t) + 2 \\ u(x, 0) = x \end{cases}$$

۲. جواب مساله‌های زیر را به کمک تبدیل فوریه محاسبه کنید.

آ-

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + tu_t, & -\infty < x < \infty, t \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x^2}, & \text{کران دار است } u(x, t) \end{cases}$$

ب-

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = e^{-x-y}, & 0 < x < \infty, 0 < y < \infty \\ u(x, 0) = xe^{-x}, \quad u_x(0, y) = \sin x^2 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = \lim_{y \rightarrow \infty} u(x, y) = 0 \end{cases}$$