

ریاضی مهندسی

مسائل کلاس تمرین (هفته‌ی دهم)

نیمسال دوم ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۱. جواب مساله‌های زیر را به دست آورید.

آ-

$$\begin{cases} u_{tt} - 2u_t - u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u_x(0, t) = 0, u_x(\pi, t) = 0 \end{cases}$$

ب-

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = 0, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0, t) = 0, u(1, t) = 0 \end{cases}$$

پ-

$$\begin{cases} u_{tt} + 16u_{xxxx} = 0, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 \\ u_{xxx}(0, t) = u_{xxx}(\pi, t) = 0 \end{cases}$$

۲. جواب (صوری) مساله‌های زیر را به روش جداسازی به دست آورید.

آ-

$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = 0, & 0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0 \\ u(x, 0) = x + \sin x, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = 0, \quad u_x(\pi, t) = 0 \end{cases}$$

ب-

$$\begin{cases} u_t = ku_{xx} - hu, & -\pi \leq x \leq \pi, \quad k, h = \text{ثابت} \\ u(-\pi, t) = u(\pi, t), \quad u_x(\pi, t) = u_x(-\pi, t), \quad u(x, 0) = \sin x \end{cases}$$

پ-

$$\begin{cases} u_{tt} - \frac{x^2}{(t+1)^2} u_{xx} = 0, & 1 \leq x \leq 2, \quad t \geq 0 \\ u(1, t) = u(2, t) = 0, \quad u(x, 0) = x \end{cases}$$