

ریاضی مهندسی

مسائل کلاس تمرین (هفته‌ی هشتم)

نیمسال دوم ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۱. آ- با استفاده از سری فوریه تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = |\sin x|$ ، مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$ را محاسبه کنید.

ب- با استفاده از سری فوریه تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \cos ax$ ، به‌ازای مقدارهای غیرصحیح a ، مقدار سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2-a^2}$ را محاسبه کنید.

۲. تابع‌های زیر را با سری فوریه کسینوسی در بازه‌ی $(0, 2)$ نمایش دهید.

$$\text{آ- } f(x) = x^2 \quad \text{ب- } f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$$

۳. تابع‌های زیر را با سری فوریه سینوسی در بازه‌ی $(0, 4)$ نمایش دهید.

$$\text{آ- } f(x) = x(4-x) \quad \text{ب- } f(x) = \cosh \frac{\pi x}{4}$$

۴. صورت مختلط سری فوریه تابع‌های با دوره‌ی تناوب 2π را که در بازه‌ی $(-\pi, \pi)$ با ضابطه‌های زیر تعریف شده‌اند بیابید.

$$\text{آ- } f(x) = |x| \quad \text{ب- } f(x) = |\sin x|$$

۵. با استفاده از سری‌های فوریه تابع‌هایی مناسب و انتگرال‌گیری از آن‌ها، درستی تساوی‌های زیر را نشان دهید.

$$\begin{aligned} \text{آ- } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sin nx}{n} &= \frac{x}{2}, \quad -\pi < x < \pi \\ \text{ب- } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos nx}{n} &= \ln(2 \cos \frac{x}{2}), \quad -\pi < x < \pi \end{aligned}$$