

ریاضی مهندسی

مسائل کلاس تمرین (هفته‌ی هفتم)

نیمسال دوم ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۱. فرض کنید C مرز میدان $\{z \in \mathbb{C} : 0 < \text{Arg} z < \frac{\pi}{4}, |z| < R\}$ باشد. با استفاده از $\int_C e^{iz^2} = 0$ و $\int_0^\infty e^{-x^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ نشان دهید

$$\int_0^\infty \cos x^2 dx = \int_0^\infty \sin x^2 dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$$

۲. فرض کنید C مرز میدان $\{z \in \mathbb{C} : \varepsilon < |z| < R, \text{Im} z > 0\}$ باشد.
الف) با استفاده از $\int_C \frac{\text{Log} z}{(z^2+1)} dz$ ، مقدار انتگرال $\int_0^\infty \frac{\text{Log} x}{x^2+1} dx$ را حساب کنید.
ب) با استفاده از $\int_C \frac{1-e^{2iz}}{z^2} dz$ ، مقدار انتگرال $\int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$ را حساب کنید.
۳. مقدار انتگرال‌های حقیقی زیر را حساب کنید:

ج- $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin 3x}{1+x^4} dt$

چ- $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1+\sin^2 t} dt$

خ- $\int_0^\infty \frac{\cos ax}{x^2+1} dx$

د- $\int_0^\infty \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$

الف- $\int_0^{2\pi} \frac{\cos t}{3+\sin t} dt$

ب- $\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 t}{5-4 \cos t} dt$

پ- $\int_0^\infty \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$

ت- $\int_{-\infty}^\infty \frac{\cos x}{(x^2+1)^2} dx$