

ریاضی مهندسی

مسائل کلاس تمرین (هفته‌ی سوم)

نیمسال دوم ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۱. بزرگترین میدانی که هر یک از تابع‌های زیر در آن تحلیلی است را تعیین کنید.

ت- $\text{Log}(z - i)$

الف- $\sqrt{e^z + 1}$

ج- $\frac{\text{Log}(z+4)}{z^2+i}$

ب- 2^{2z}

چ- $\sin(\text{Log } z^2)$

پ- z^{2z}

۲. تصویر میدان‌های پایین تحت اثر نگاشت‌های گفته شده را بیابید.

الف- تصویر میدان $\{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\}$ تحت اثر نگاشت $w = \frac{1}{2}(z + \frac{1}{z})$.

ب- تصویر هر یک از میدان‌های $|z| > 2$ و $-\frac{\pi}{4} < \text{Arg } z < -\frac{\pi}{2}$ تحت اثر نگاشت $w = z^2$.

پ- تصویر میدان $x > 0$ و $0 < y < \frac{\pi}{2}$ تحت اثر نگاشت $w = e^z$.

ت- تصویر میدان $|x| < \frac{\pi}{2}$ و $1 < y < 2$ تحت اثر نگاشت $w = \sin z$.

ث- تصویر میدان $|z - 1| < 1$ تحت اثر نگاشت $w = \frac{z-2}{z}$.

۳. میدان $\{z \in \mathbb{C} : \text{Re } z < 0, 0 < \text{Im } z < \pi\}$ را به صورت هم‌دیس بر ربع اول بنگارید.

۴. نگاشت موبیوسی را بیابید که دایره‌ی $|z| = 2$ را بر دایره $|w + 1| = 1$ و نقطه‌های $z = \frac{1}{2}i$ را بر $w = 0$ و $z = 1$ را بر $w = i$ بنگارد.

۵. میدان بین دو دایره (یک خط و یک دایره) را که در یک نقطه مماس‌اند به صورت هم‌دیس بر قرص باز واحد بنگارید.

۶. نگاشت موبیوسی را بیابید که میدان $\{z \in \mathbb{C} : |z| > 1, \text{Re } z < 2\}$ را بر میدان بین دو دایره‌ی هم‌مرکز به مرکز $w = i$ که شعاع دایره‌ی بزرگتر برابر ۲ است بنگارد و نقطه‌ی $z = 2$ بر نقطه‌ی $w = 3i$ نگاشته شود.

۷. میدان $\{z \in \mathbb{R} : -1 \leq z \leq 1\}$ را به صورت هم‌دیس بر قرص باز $|w| < 1$ بنگارید.

۸. میدان $x > 0, y > 0, xy < \frac{\pi}{2}$ را به صورت هم‌دیس بر قرص باز $|w| < 1$ بنگارید.