



دانشکده‌ی علوم ریاضی

نیمسال دوم ۱۴۰۳-۱۴۰۲

استاد درس: خانم سحر قاجار

تمرینهای سری دهم معادلات دیفرانسیل

۱ پرسش نخست

با استفاده از تبدیل لاپلاس مسائل مقدار اولیه زیر را حل کنید

$$y'' + y = \delta(t - 2\pi) \cos t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \quad (۱)$$

$$y^{(4)} - y = \delta(t - 1), \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0 \quad (۲)$$

$$y'' + y = \sum_{k=1}^{20} \delta(t - k\pi), \quad y(0) = y'(0) = 0 \quad (۳)$$

۲ پرسش دوم

معادلات انتگرالی زیر را حل کنید.

$$3 \sin 2t = y(t) + \int_0^t (t-x)y(x)dx \quad (۱)$$

$$e^t f(t) = 4te^t - \int_0^t f(x)e^x dx \quad (۲)$$

۳ پرسش سوم

معادله انتگرو دیفرانسیلی زیر را حل کنید.

$$2y' + y = e^t - \int_0^t e^{t-x}y'(x)dx, \quad y(0) = 1 \quad (۱)$$

$$y' + y + \frac{5}{4} \int_0^t y(x)dx = \delta(t - \pi), \quad y(0) = 0 \quad (۲)$$

۴ پرسش چهارم

فرض کنید $p, q > -1$ ، با استفاده از پیچش، مقدار انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$\int_0^1 u^p(1-u)^q du$$

۵ پرسش پنجم

دستگاههای معادلات زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید

$$\begin{cases} x'' = -2x - y - z \\ y'' = -x - 2y - z \\ z'' = -x - y - 2z \end{cases} \quad x(0) = y(0) = z(0) = 1 \quad x'(0) = y'(0) = z'(0) = 0$$

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = -2x + y + t^2\delta(t-2) \end{cases} \quad x(0) = 0 \quad y(0) = 1$$