



دانشکده‌ی علوم ریاضی



نیمسال دوم ۱۴۰۳-۱۴۰۲

استاد درس: خانم سحر قاجار

تمرینهای سری دوم معادلات دیفرانسیل

۱ پرسش نخست

معادله دیفرانسیل

$$2y \ln(xy) dx + x dy = 0$$

دارای عامل انتگرالسازی از فرم $\mu(x, y) = \left(\frac{x}{y}\right)^n$ است، جواب عمومی آن را بیابید.

۲ پرسش دوم

ابتدا عامل انتگرال سازی به فرم $\mu(xy^3)$ برای معادله زیر بیابید و سپس آن را حل کنید.

$$x^2 y^3 dx + x(1 + y^2) dy = 0$$

۳ پرسش سوم

جواب عمومی معادله زیر را به روش برنولی بدست آورید.

$$y' \sin(y) = (1 - \cos(y)) \cos(y)$$

۴ پرسش چهارم

جواب عمومی معادله زیر را به روش ریکاتی بدست آورید.

$$y' = e^{-x} y^2 + y - e^x, \quad y = e^x$$

تمرینهای سری دوم معادلات دیفرانسیل-۱

۵ پرسش پنجم

جواب عمومی معادله زیر را به روش کلرو بدست آورید.

$$y = xy' + \sin(y')$$

۶ پرسش ششم

جواب عمومی معادله زیر را با الهام از روش لاگرانژ بدست آورید.

$$y = y' \sin(y') + \cos(y')$$

۷ پرسش هفتم

ابتدا با انتقال مناسب نقطه اولیه معادله دیفرانسیل زیر را به مبدا انتقال دهید و سپس با روش تقریبهای متوالی (بدست آوردن ϕ_i ها که در کلاس شرح داده شد) معادله را حل کنید.

$$y' = -\frac{y}{2} + t, \quad y(1) = 2$$

۸ پرسش هشتم

(آ) حل معادله تفاضلی زیر را بر حسب y_0 بدست آورید و رفتار آن را وقتی $n \rightarrow \infty$ شرح دهید.

$$y_{n+1} = \sqrt{\frac{n+3}{n+1}} y_n$$

(ب) با توجه به قسمت قبلی حل معادله تفاضلی زیر را بر حسب $a_0 = 1$ بدست آورید و رفتار $\{a_n\}$ را وقتی $n \rightarrow \infty$ شرح دهید.

$$\sqrt{n+1} a_{n+1} - \sqrt{n+3} a_n = (n+1)\sqrt{n+3} - (n+2)\sqrt{n+1}$$

(ج) قسمت قبل را با $a_0 = \sqrt{2} - 1$ تکرار کنید.

(د) مشخص کنید به ازای چه a_0 هایی $\{a_n\}$ همگراست.