



۱. همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی کنید.

الف:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{100} + n^{20} + 200}$

ب:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n}{n^5 + 2}$

پ:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 10n}{3^n}$

ت:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n)}{1 + 9n^5 + 4n^2}$

ث:  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

ج:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}$

چ:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{2n+1}\right)^n$

ه:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(e + n^2)}{n}$

خ:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{n}$

د:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{n^{2^n} + 1}$

ذ:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{n^{3^n} + 1}$

ز:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(3^n)}$

ز:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n) \sqrt{\ln(\ln(n))}}$

ژ:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

س:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 e^n}$

۲. بررسی کنید سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n))^k}$  به ازای چه مقادیری از  $k$  همگرا یا واگرا خواهد شد.

۳. فرض کنید  $a_1 = 1$ ،  $a_{n+1} = \frac{a_n^2}{1 + a_n}$  در مورد همگرایی دنباله مذکور بحث کنید در صورت همگرایی حد آن را بیابید.

۴. ثابت کنید  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{k} = 1$ .

۵. اگر تابع  $y = \frac{1}{x}$  را روی  $(1, +\infty)$  حول محور  $x$  دوران دهیم. ثابت کنید مساحت سطح دوار بی نهایت ولی حجم حاصل متناهی خواهد بود. مسئله مذکور را شیپور گابریل یا شیپور صور اسرافیل می نامند.