



۱. مکان هندسی های زیر را بیابید:

الف: $\text{Im}\left(\frac{1}{z}\right) > 1$

ب: $\text{Re}\left(\frac{z}{1-z}\right) \geq \frac{-1}{2}$

۲. اتحاد های زیر را اثبات کنید:

الف: $\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{n}\right) + \dots + \sin\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) = 0$

ب: $\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) + \dots + \cos\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) = -1$

۳. با استفاده از تعریف ریاضی حد اثبات کنید:

الف: $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1-4x^2}{1-2x} = 2$

ب: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2+1} = 0$

ج: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$

۴. حاصل حد های زیر را محاسبه کنید:

الف: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^{20} - x^{20}}{h}$

ب: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x-2}$

ج: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$

د: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{8x^3 + 4x^2} - 2x$

ه: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos(2x) - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{6}}$

۵. نشان دهید معادله $\ln(x) = \frac{x}{e}$ دارای حداقل دو جواب است که در بازه های $(e, +\infty)$ ، $(1, e)$ قرار دارند.

۶. اگر هر ضلع یک مکعب ۳۰ سانتی متر با خطای ۰.۱ سانتی متر اندازه گیری شده باشد. درصد خطای محاسبه ی حجم و سطح مکعب را بیابید.

۷. با استفاده از تقریب خطی مقدار $\ln(0.999)$ را بیابید و خطای محاسبه ی آن را نیز به دست آورید.

۸. ثابت کنید اگر $0 < a < b$ آن گاه

$$\frac{b-a}{\sqrt{1+b^2}} < \ln\left(\frac{b+\sqrt{b^2+1}}{a+\sqrt{a^2+1}}\right) < \frac{b-a}{\sqrt{1+a^2}}$$

۹. ثابت کنید برای $0 < x < 1$ داریم $1 + \frac{x}{10} < (1+x)^{\frac{1}{10}}$.

۱۰. در موارد زیر $\frac{dy}{dx}$ را محاسبه کنید:

الف: $x\sqrt{x+y} = 8 - xy$

ب: $\sec(xy) + \csc(y) = 3$ در نقطه $(x., y.) = (0, \frac{\pi}{4})$

ج: $\tan(xy^2) = \frac{2xy}{\pi}$ در نقطه $(x., y.) = (-\pi, \frac{1}{4})$

د: $x \sin(xy - y^2) = x^2 - 1$ در نقطه $(x., y.) = (1, 1)$