



۱. ناحیه‌هایی که هر یک از معادلات زیر در آن‌ها از نوع هذلولوی، سهموی و یا بیضوی است، تعیین کنید.

$$1. \quad u_{xx} + yu_{yy} + u_x - u = x$$

$$2. \quad x^2u_{xx} + y^2u_{xy} - u_{yy} + xu = y^2$$

$$3. \quad u_{xx} + xyu_{xy} + u_{yy} + u = x^2$$

$$4. \quad u_{xx} - yu_{xy} + yu_{yy} + u_x + u = x$$

۲. معادله زیر را به شکل کانونیک در آورید:

$$e^x u_{xx} - e^y u_{yy} + u_x + u = xe^x.$$

۳. مطلوبست حل مسئله با شرایط اولیه زیر

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0, & t \geq 0, -\infty < x < \infty \\ u(x, 0) = f(x), & u_t(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

۴. مطلوبست حل مسئله کنشی زیر

$$\begin{cases} 4u_{xx} + 5u_{xy} + u_{yy} + u_x + u_y = 2, & -\infty < x < \infty, y \geq 0 \\ u(0, y) = y^2, & u_x(0, y) = y. \end{cases}$$

۵. مسئله گورسا زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} u_{xx} - u_{yy} = xy, \\ u(x, y) = -y^2, & \text{روی } y + x = 0 \\ u(x, y) = x^2, & \text{روی } y = 2x \end{cases}$$