



تمرین‌های سری اول

به نام خدا

ریاضی مهندسی

دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

۱. با استفاده از سری فوریه تابع $f(x) = \cos ax$ به ازای مقادیر غیرصحیح a در بازه $(0, 2\pi)$ ، مقدار سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+a^2}$ را محاسبه کنید.

۲. با استفاده از سری فوریه تابع f با ضابطه $f(x) = |\sin x|$ ، مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$ را محاسبه کنید.

۳. با استفاده از سری فوریه $f(x) = \frac{\pi^2}{6}x - \frac{\pi}{6}x^2 + \frac{1}{12}x^3$ ، $|x| < \pi$ ، مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$ را بیابید.

۴. با استفاده از سری فوریه تابع $f(x) = |x|^3$ ، $|x| \leq 2$ و $f(x+4) = f(x)$ ، سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^6}$ و $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$ را محاسبه کنید.

۵. جواب عمومی مسئله زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_{tt} + u_{xxxx} = xt, & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0 \\ u_x(0, t) = 0, \quad u_x(\pi, t) = 1+t, \quad u_{xxx}(0, t) = 0, \quad u_{xxx}(\pi, t) = 0. \end{cases}$$

۶. مسائل با شرایط اولیه و مرزی زیر را حل کنید.

(الف)

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xxt} - u_{xx} + u = x^2t, & 0 \leq x \leq 1, t \geq 0 \\ u(x, 0) = x, \quad u_x(0, t) = t, \quad u_x(1, t) = 0. \end{cases}$$

(ب)

$$\begin{cases} u_{tt} + u_{xxxx} - 2u_{xxtt} + 4u = xt, & 0 \leq x \leq 1, t \geq 0 \\ u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = 0, \\ u(0, t) = t, \quad u(1, t) = 0, \quad u_{xx}(0, t) = 0, \quad u_{xx}(1, t) = t. \end{cases}$$