

همهٔ سؤالات نمرهٔ برابر دارند.

۱ قسمت حقیقی و موهومی عدد  $(1 + i\sqrt{3})^{100}$  را صریحاً محاسبه کنید.

۲ فرض کنید برای  $x > 0$  و  $x \neq 1$  تابع  $f$  به صورت  $f(x) = x^{x-1}$  تعریف شده باشد. مقدار  $f(1)$  چطور تعریف شود تا  $f$  روی  $(0, +\infty)$  پیوسته شود؟

۳ نشان دهید  $e^x + x = 0$  دقیقاً یک جواب دارد و مکان آن را بین دو عدد صحیح متوالی بیان کنید.

۴ با استفاده از مشتق ضمنی، فوقانی‌ترین نقاط روی خم تعریف شده توسط معادلهٔ  $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$  را بیابید (منظور از فوقانی‌ترین نقاط، نقاط  $(x_0, y_0)$  روی این خم است که  $y$  ماکسیمم مقدار باشد).

۵  $f$  تابعی مشتق‌پذیر است که برای هر  $x$  داریم  $f'(x) \geq \frac{2}{3}$  و  $f(1) = 2$ . نشان دهید  $f(5) \geq 8$ .

۶ مقدار  $\sqrt[3]{25}$  را با استفاده از تقریب خطی به دست آورید و خطای محاسبه را تخمین بزنید.