

## سری نهم تمرینات

## تمرین ۱

انتگرال‌های دوگانه زیر را محاسبه کنید.

$$\int_0^1 dy \int_0^y y^x e^{xy} dx \quad (\bar{a})$$

(ب) انتگرال  $\iint_R xy^x dA$  که در آن  $R$  ناحیه محصور مابین خم‌های  $y = x^x$  و  $x = y^x$  در ربع اول می‌باشد.

(ج) انتگرال  $\iint_D \ln x dA$  که در آن  $R$  ناحیه محصور مابین خط  $x + y = 5$  و هذلولوی  $xy = 1$  در ربع اول می‌باشد.

(د) انتگرال  $\iint_T \sqrt{a^x - y^x} dA$ ، که در آن  $T$  مثلث به رئوس  $(0, 0)$ ،  $(a, 0)$  و  $(a, a)$  می‌باشد.

## تمرین ۲

دامنه انتگرال‌گیری در هر قسمت را رسم کنید سپس با تغییر ترتیب انتگرال‌گیری آن‌ها را محاسبه کنید.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} dy \int_y^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x} dx \quad (\bar{a})$$

$$\int_0^1 dx \int_x^{x^{\frac{1}{2}}} \sqrt{1 - y^4} dy \quad (\bar{b})$$

## تمرین ۳

(آ) حجم ناحیه محصور مابین رویه  $z = 1 - x^x - y^x$  و صفحه  $xy$  را به دست آورید.

(ب) حجم ناحیه محصور بین دو استوانه  $x^x + y^x = a^x$  و  $y^x + z^x = a^x$  را به دست آورید.

**تمرین ۴**

همگرایی یا واگرایی انتگرال‌های زیر را مشخص کنید. در صورت امکان مقدار انتگرال‌های همگرا را محاسبه کنید.

(آ) انتگرال  $\iint_H \frac{1}{1+x+y} dA$  که در آن  $H$  نواره  $0 \leq x < \infty$  و  $0 < y < 1$  می‌باشد.

(ب)  $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-|x+y|} dA$

(ج) انتگرال  $\iint_Q e^{-xy} dA$  که در آن  $Q$  ربع اول صفحه  $xy$  می‌باشد.

**تمرین ۵**

(آ) انتگرال  $\iint_S (x+y) dA$  را محاسبه کنید که در آن ناحیه  $S$  در ربع اول و درون دایره  $x^2 + y^2 \leq a^2$  زیر خط  $y = \sqrt{3}x$  است.

(ب) انتگرال  $\iint_S x dA$  را محاسبه کنید که در آن ناحیه  $S$  قسمتی از دیسک  $x^2 + y^2 \leq 2$  است که در آن  $x \geq 1$  می‌باشد.

**تمرین ۶**

(آ) حجم ناحیه محصور مابین دو رویه  $z = x^2 + y^2$  و  $z = 4 - x^2 - y^2$  را بیابید.

(ب) حجم ناحیه‌ای که در درون کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 2a^2$  و درون استوانه  $x^2 + y^2 = a^2$  است را محاسبه کنید.