

سری چهارم تمرینات

تمرین ۱

گراف توابع داده شده را رسم کنید.

$$f(x, y) = 4 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \leq 4, x, y \geq 0 \quad (\text{آ})$$

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{ب})$$

تمرین ۲

سطح تراز توابع زیر را توصیف کنید.

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2} \quad (\text{آ})$$

$$f(x, y, z) = x + 2y - 3z \quad (\text{ب})$$

$$f(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{z^2} \quad (\text{ج})$$

تمرین ۳

معادله صفحه مماس و خط عمود بر آن را در نقطه $(\pi, 4)$ در گراف تابع $f(x, y) = \cos\left(\frac{x}{y}\right)$

تمرین ۴

مختصات تمام نقاط رویه $z = x^2 - 4xy^2 + 6y^2 - 2$ بیابید.

تمرین ۵

در هر قسمت نشان دهید تابع داده شده جوابی برای معادله مربوطه می‌باشد.

سری چهارم تمرینات

$$z = \frac{x+y}{x-y}, \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (آ)$$

ب) $z = f(x^\alpha - y^\alpha)$ جوابی برای معادله $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ می‌باشد که در آن تابع f تابع مشتق پذیر یک متغیره‌ای دلخواه است.

تمرین ۶

ابتدا نشان دهید تابع $f(x, y)$ در مبدا پیوسته نمی‌باشد سپس وجود مشتقات جزئی آن در مبدا را نشان دهید. در نتیجه بر خلاف توابع تک متغیره وجود مشتقات جزئی پیوستگی تابع را نتیجه نمی‌دهد.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^\alpha + y^\alpha} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

تمرین ۷

نشان دهید توابع زیر در ناحیه گفته شده هارمونیک می‌باشند.

آ) تابع $\ln(x^\alpha + y^\alpha)$ در همه جا به جز مبدا

ب) تابع $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ در همه جا به جز محور y ها