

سری دوم تمرینات

تمرین ۱

ذره P روی اشتراک استوانه $z = x^2$ و صفحه $x + y = 2$ در جهت افزایش y با تندی ثابت ۳ حرکت می‌کند. بردار سرعت این ذره را هنگامی که $P = (1, 1, 1)$ است محاسبه کنید.

تمرین ۲

ذره‌ای در امتداد منحنی $r = 3u^i + 3u^j + 2u^k$ در جهت افزایش u و با تندی ثابت ۶ حرکت می‌کند. سرعت و شتاب ذره را وقتی که در نقطه $(3, 3, 2)$ است بیابید.

تمرین ۳

نشان دهید اگر حاصلضرب داخلی سرعت و شتاب یک ذره متحرک مثبت (یا منفی) باشد، تندی ذره صعودی (یا نزولی) است.

تمرین ۴

نشان دهید اگر در هر لحظه بردار سرعت یک ذره متحرک بر بردار مکان آن عمود باشد، آنگاه مسیر حرکت این ذره بر روی یک دایره است.

تمرین ۵

اشتراک دایره $x^2 + y^2 = a^2$ با ربع اول را طبق خواسته هر قسمت پارامتری کنید.

(آ) بر حسب پارامتر y و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

(ب) بر حسب زاویه بین خط گذرنده از هر نقطه و قسمت مثبت محور x ها و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

(ج) پارامتری بر اساس طول خم با شروع از نقطه $(0, a)$ و در جهت عقربه‌های ساعت

تمرین ۶

اشتراک صفحه $z = 1 + x$ با مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ سهموی است. این سهموی را به سه روش پارامتری کنید. (هر بار هر کدام از متغیرها را برابر t بگیرید). کدام یک از این انتخابها برای t منجر به پارامتری سازی می شود که نمایانگر کل سهموی است؟ آن پارامتری سازی چیست؟ چه اتفاقی برای دو انتخاب دیگر می افتد؟

تمرین ۷

برای کدام مقادیر از λ طول $s(T)$ که بیانگر طول خم $r(t)$ $0 \leq t \leq T$ می باشد برابر $s(T) = T + T^\pi$ می شود؟

$$r(t) = t\mathbf{i} + \lambda t^\pi \mathbf{j} + t^\pi \mathbf{k}$$

تمرین ۸

خم های زیر را بر حسب طول خم پارامتری سازی کنید.

$$r(t) = e^t \mathbf{i} + \sqrt{t} \mathbf{j} - e^{-t} \mathbf{k} \quad (a)$$

$$r(t) = a \cos^\pi t \mathbf{i} + a \sin^\pi t \mathbf{j} + b \cos^\pi t \mathbf{k} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} \quad (b)$$