

سری اول تمرینات

تمرین ۱

مجموعه نقاطی از فضای \mathbb{R}^3 که در معادلات یا نامعادلات زیر صدق می‌کند توصیف کنید و در صورت امکان آن را رسم کنید.

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4 \quad (\text{آ})$$

$$z \geq \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{ب})$$

(ج)

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

(د)

$$x^2 + z^2 \leq 1$$

$$z \geq x$$

(ه)

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$z = y$$

تمرین ۲

به فرض $u = 2i + j - k$ و $v = i + 2j - 2k$ دو بردار مفروض باشند.

(آ) دو بردار یکه را پیدا کنید که بر u و v عمود باشند.

سری اول تمرینات

ب) مجموعه تمام نقاطی را توصیف کنید که بردار مکان آن‌ها بصورت $r = \lambda u + \mu v$ است که در آن λ و μ اعدادی حقیقی هستند.

تمرین ۳

اگر a یک بردار ناصفر و w بردار دلخواهی باشد. بردارهای u و v را چنان پیدا کنید که $w = u + v$ و بردار u موازی با a و v عمود بر آن باشد.

تمرین ۴

ا) اگر $u \cdot (v \times w) \neq 0$ و x یک بردار سه بعدی دلخواه باشد نشان دهید که اعداد λ, μ, ν چنان وجود دارند که:

$$x = \lambda u + \mu v + \nu w$$

ب) اگر $u \cdot (v \times w) = 0$ ولی $v \times w \neq 0$ آنگاه نشان دهید اعداد λ و μ وجود دارد بطوریکه

$$u = \lambda v + \mu w$$

تمرین ۵

معادله صفحه گذرنده از نقطه $(-2, 0, -1)$ و گذرنده از فصل مشترک دو صفحه $2x + 3y - z = 0$ و $x - 4y + 2z = 5$ را بیابید.

تمرین ۶

معادله خط گذرنده از نقطه $(2, -1, -1)$ و موازی هر یک از دو صفحه $x + y = 0$ و $x - 2y + 3z = 2$ را به دست آورید.

تمرین ۷

بردار سرعت، تندی و شتاب خم‌های زیر را به دست آورید و مسیر حرکت ذره را توصیف کنید.

$$r = a \cos(\omega t) \mathbf{i} + b \mathbf{j} + a \sin(\omega t) \mathbf{k} \quad \text{ا)}$$

$$r = t \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + t^3 \mathbf{k} \quad \text{ب)}$$

$$r = 3 \sin t \mathbf{i} + 4 \cos t \mathbf{j} + t \mathbf{k} \quad \text{ج)}$$