



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری دوازدهم - بهار ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

۱. حاصل انتگرال $\int_C x^2 - iy^2 dz$ را وقتی C مربعی به رئوس $(1, 1)$ ، $(0, 1)$ ، $(1, 0)$ و $(0, 0)$ است، به دست آورید.

۲.

الف) فرض کنید C نیم‌دایره بالایی دایره واحد از 1 تا -1 است. حاصل انتگرال $\int_C \text{Log}(z+2) dz$ را به دست آورید.

ب) حاصل انتگرال $\int_{-i}^{1+i} z^2 e^{2z} dz$ را به دست آورید.

۳. انتگرال‌های زیر را حساب کنید:

الف) $\int_{|z|=2} \frac{\cosh z}{z^4} dz$

ب) $\int_{|z|=2} z^n (1-z)^m dz \quad (n, m \in \mathbb{Z})$

ج) $\int_{|z-i|=2} \frac{z^2+1}{z(z^2+4)} dz$

۴. بسط تیلر تابع f با ضابطه

$$f(z) = \frac{2z^2 + 9z + 5}{z^3 + z^2 - 8z - 12}$$

را حول $z_0 = 1$ به دست آورید.

۵. سری لوران تابع $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$ را حول مبدأ مختصات در هر یک از نواحی زیر به دست آورید:

الف) $0 < |z| < 1$

ب) $1 < |z| < \infty$

۶. به کمک بسط لوران حاصل انتگرال $\int_C \frac{z+1}{z^2(z^2+1)} dz$ را روی خم ژردانی که شامل صفر است اما شامل $\pm i$ نیست، به دست آورید.