



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری یازدهم-بهار ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱. ثابت کنید تصویر دایره $|z| = a$ تحت اثر نگاشت $\omega = z + \frac{1}{z}$ یک بیضی است ($a \neq 1$).

۲. تصویر میدان $|x| < \frac{\pi}{4}$ و $y > 0$ را تحت اثر نگاشت $\omega = \sin z$ بیابید.

۳. تصویر خطوط $x = c$ و $y = d$ و $x + y = 1$ را تحت اثر نگاشت $\omega = z^2$ بیابید.

۴. تصویر ناحیه $2 \leq |x-1| \leq \pi$ و $|y| \leq \pi$ را تحت نگاشت $\omega = e^z$ بیابید.

۵. تصویر میدان $|z-1| < 1$ را تحت اثر نگاشت $\omega = \frac{z-2}{z}$ بیابید.

۶. میدان

$$\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < 0, 0 < \operatorname{Im} z < \pi\}$$

را به صورت همدیس بر ربع اول بنگارید.

۷.

• الف) نشان دهید نگاشت $f(z) = \frac{z+2}{z-1}$ دایره واحد را به خط $x = -\frac{1}{2}$ می‌نگارد.

• ب) نشان دهید نگاشت $f(z) = \frac{z-i}{z+i}$ نیم‌صفحه بالایی را به دایره واحد می‌نگارد.

۸. میدانی را که از اشتراک دو قرص باز $|z| < 1$ و $|z-1| < 1$ به دست می‌آید به صورت همدیس بر قرص باز $|\omega| < 1$ بنگارید.