



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری دوم- زمستان ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱. صورت مختلط سری فوریه توابع با دوره تناوب 2π را که در بازه $(-\pi, \pi)$ با ضابطه‌های زیر تعریف شده‌اند، بیابید.

$$f(x) = |x| \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = |\sin x| \quad (\text{ب})$$

۲. با استفاده از سری‌های فوریه سینوسی توابع $f(x) = x$ و $f(x) = x^3$ روی بازه $(-\pi, \pi)$ با دوره تناوب 2π ، مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ را محاسبه کنید.

۳. با استفاده از سری فوریه تابعی مناسب و مشتق‌گیری از آن، تابع زیر را با یک سری فوریه در بازه $(-\pi, \pi)$ نمایش دهید.

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x < \pi \end{cases}$$

۴. با استفاده از سری فوریه تابعی مناسب و انتگرال‌گیری از آن، درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)x}{(2n+1)^3} = \frac{\pi^2 x - \pi x^2}{8}, \quad 0 < x < \pi$$