

به نام خدا

سری دهم تمرین‌ها

سوال ۱. (تمرین ۲۰ ص ۸۸۳ کتاب آدامز) نشان دهید شرط لازم برای اینکه میدان برداری

$$F(r, \theta) = F_r(r, \theta)\hat{r} + F_\theta(r, \theta)\hat{\theta}$$

پایستار باشد این است که $\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - r \frac{\partial F_\theta}{\partial r} = 0$

سوال ۲. (تمرین ۲۰ ص ۸۸۷ کتاب آدامز) انتگرال $\int_l \frac{ds}{x^2+y^2}$ را بدست آورید. l تمام خط مستقیم

$Ax + By = D, D \neq 0$ می‌باشد. (راهنمایی: از تقارن معادله استفاده کنید).

سوال ۳. (تمرین ۱۰ ص ۸۹۴ کتاب آدامز) میدان برداری $F = (axy + z)\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + (bx + 2z)\mathbf{k}$

پایستار است، مقدار a و b را بیابید و تابع پتانسیل F را مشخص کنید. همچنین $\int_l F \cdot dr$ را که l منحنی از

$(1,1,0)$ تا $(0,0,3)$ می‌باشد و بر روی تقاطع رویه‌های $2x + y + z = 3$

و $9x^2 + 9y^2 + 2z^2 = 18$ قرار دارد محاسبه کنید.

سوال ۴. (تمرین ۱۴ ص ۸۹۴ کتاب آدامز) در هر کدام از مجموعه‌های زیر مشخص کنید کدام یک "دامنه"،

"دامنه همبند" و "دامنه همبند ساده" هستند:

الف- مجموعه نقاط (x, y) در صفحه بطوریکه $x > 0$ و $y \geq 0$

ب- مجموعه نقاط (x, y) در صفحه بطوریکه $x = 0$ و $y \geq 0$

ج- مجموعه نقاط (x, y) در صفحه بطوریکه $x \neq 0$ و $y > 0$

د- مجموعه نقاط (x, y, z) در فضا بطوریکه $x^2 > 1$

و- مجموعه نقاط (x, y, z) در فضا بطوریکه $x^2 + y^2 + z^2 > 1$

سوال ۵. (تمرین ۲۰ ص ۹۰۶ کتاب آدامز) رویه پارامتری زیر را توصیف کنید و مساحت آن را بیابید.

$$\begin{aligned}x &= au \cos v & y &= au \sin v & z &= bv \\ 0 &\leq u \leq 1, & 0 &\leq v \leq 2\pi\end{aligned}$$

سوال ۶. (تمرین ۲۱ ص ۹۰۶ کتاب آدامز) انتگرال $\iint_{\varphi} \frac{ds}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$ را محاسبه کنید که در آن φ صفحه به معادله $Ax + By + Cz = D, D \neq 0$ می باشد.

سوال ۷. (تمرین ۱۵ ص ۹۰۶ کتاب آدامز) $\iint_l xz ds$ که در آن l بخشی از رویه $z = x^2$ که در ناحیه اول فضای سه بعدی و درون سهمی گون $z = 1 - 3x^2 - y^2$ قرار دارد بیابید.

سوال ۸. فرض کنید S ناحیه‌ای در R^3 باشد که درون کره به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ و بالای رویه $z = (x^2 + y^2)^{1/4}$ باشد حجم S را بیابید.

سوال ۹. حجم ناحیه‌ای در R^3 که بین دو سهمی گون به معادلات $z = 10 - x^2 - y^2$ و $z = 2x^2 + 2y^2 - 2$ احاطه شده است را بدست آورید.