

سری اول تمرین‌های ریاضی ۲

سوال ۱: نشان دهید مثلث به رئوس $A = (1,2,3)$, $B = (4,0,5)$ و $C = (3,6,4)$ قائم الزاویه است.

سوال ۲: برای بردارهای $u = 2i + j - 2k$, $v = i + 2j - 2k$ و $w = 2i - 2j + k$ مطلوبات زیر را محاسبه کنید:

الف) دو بردار یکه بیابید که هر یک بر u و v عمود باشند.

ب) بردار x صادق در دستگاه معادلات $x \cdot u = 9$, $x \cdot v = 4$ و $x \cdot w = 6$ را پیدا کنید.

پ) دو بردار یکه را بیابید که هر یک با u و v و w زوایای مساوی بسازد.

سوال ۳: بردار یکه‌ای بیابید که بر صفحه‌ای گذرا از سه نقطه‌ی $A = (a, 0, 0)$, $B = (0, b, 0)$ و $C = (0, 0, c)$ عمود باشد. مساحت مثلثی که این سه نقطه رئوس آن باشد را بدست آورید.

سوال ۴: در هر مورد، زیر مجموعه‌ای از R^3 را که معادله داده شده را توصیف می‌کند را شناسایی کنید.

الف) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 8y - 12z + 27 = 0$

ب) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4x - 8y = 8$

ج) $z = x^2 - 2y^2$

د) $(z - 1)^2 = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + 4$

ه) $z = x^2 + 2y^2$

و) $(z - 1)^2 = (x - 2)^2 + (y - 3)^2$

سوال ۵: معادله‌ی $x^2 + 2y^2 = z^2$ نمایش یک مخروط با مقاطع بیضوی در صفحات عمود بر محور z است. بردار a را چنان بیابید که صفحات عمود بر a ، این مخروط را در یک دایره قطع کنند.

سوال ۶: فاصله‌ی مبدا تا خط

$$x + y + z = 0 \quad , \quad 2x - y + 5z = 1$$

را بدست آورید.

سوال ۷: خطوط L_1 و L_2 داده شده اند. نشان دهید این خطوط نسبت به هم متناظر هستند سپس روشی را بیان کنید که با استفاده از آن بتوان کوتاهترین فاصله‌ی میان دو خط L_1 و L_2 را بدست آورد. (نیازی به محاسبه فاصله نیست.)

$$L_1: \vec{r}_1(t) = (1 - t)\vec{i} + (t - 2)\vec{j} + (3 - 2t)\vec{k}$$

$$L_2: \vec{r}_2(s) = (s + 1)\vec{i} + (2s - 1)\vec{j} + (2s + 1)\vec{k}$$

سوال ۸: زاویه میان خطوط زیر را بدست آورید.

$$L_1: \frac{x - 2}{2} = \frac{y - 1}{5} = \frac{-z - 3}{3}$$

$$L_2: -x - 2 = \frac{y - 4}{8} = \frac{z - 5}{4}$$

سوال ۹: ثابت‌های r و s و t که $r \neq 0$ و $s \neq 0$ و نیز بردار a صادق در $|a|^2 > 4rst$ داده شده‌اند. دستگاه معادلات

$$\begin{cases} rx + sy = a \\ x \cdot y = t \end{cases}$$

را نسبت به بردارهای مجهول x و y حل کنید.