

## تمرین سری دوازدهم

مدرس: دکتر جعفری

## تمرین ۱

همگرایی و واگرایی سری‌های زیر را تعیین کنید

$$\sum_n \frac{1}{\sqrt{n-1}} \quad (\text{آ})$$

$$\sum_n \frac{n-1}{n^2+1} \quad (\text{ب})$$

$$\sum_n \frac{1+\cos n}{e^n} \quad (\text{ج})$$

$$\sum_n \sin\left(\frac{1}{n}\right) \quad (\text{د})$$

$$\sum_n \sin\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad (\text{ه})$$

$$\sum_n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 e^{-n} \quad (\text{و})$$

$$\sum_n (-1)^{n-1} \arctan(n) \quad (\text{ز})$$

$$\sum_n \frac{n!}{100^n} \quad (\text{ح})$$

$$\sum_n \frac{n!}{n^n} \quad (\text{ط})$$

$$\sum_n \left(\frac{-2n}{n+1}\right)^{5n} \quad (\text{ی})$$

## تمرین ۲

فرض کنید سری‌های  $\sum a_n$  و  $\sum b_n$  سری‌هایی با جملات مثبت باشند و سری  $\sum b_n$  همگرا باشد. اگر داشته باشیم  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$  آنگاه  $\sum a_n$  همگراست. حال با استفاده از این نتیجه همگرایی سری‌های زیر را ثابت کنید

$$\sum \frac{\ln n}{n^2} \quad (\text{آ})$$

تمرین سری دوازدهم

$$\sum (1 - \cos(\frac{1}{n^2})) \quad \text{ب)}$$

تمرین ۳

مثالی از سری‌های مثبت  $\sum a_n$  و  $\sum b_n$  ارائه دهید بطوریکه  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$  و سری  $\sum b_n$  واگرا باشد، اما سری  $\sum a_n$  همگرا باشد.

تمرین ۴

نشان دهید اگر  $a_n < 0$  و  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n \neq 0$  آنگاه سری  $\sum a_n$  واگرا است.

تمرین ۵

همگرایی مطلق، همگرایی مشروط و واگرایی هر کدام از سری‌های زیر را تعیین کنید.

$$\sum_n \frac{(-1)^n}{n^2+1} \quad \text{آ)}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n} \quad \text{ب)}$$

$$\sum_n \frac{\cos(\pi n)}{3n+2} \quad \text{ج)}$$