

## تمرین سری پنجم

مدرس: دکتر جعفری

## تمرین ۱

به فرض تابع  $f(x)$  روی بازه  $[0, 1]$  پیوسته باشد و  $f(0) = f(1)$  نشان دهید حداقل یک  $\frac{1}{3} \leq c \leq \frac{2}{3}$  وجود دارد بطوریکه  $f(c) = f(c + \frac{1}{3})$

## تمرین ۲

مساحت یک دایره با نرخ  $\frac{2 \text{ cm}^2}{\text{min}}$  کاهش می‌یابد. تغییرات شعاع دایره را زمانی که مساحت برابر  $100 \frac{\text{cm}^2}{\text{min}}$  می‌باشد به دست آورید.

## تمرین ۳

ذره‌ای بر روی تصویر خم  $x^2 y^2 = 72$  که در ربع اول واقع شده است به سمت راست حرکت می‌کند. سرعت عمودی ذره را هنگامی که ذره در موقعیت  $(2, 3)$  می‌باشد و سرعت افقی آن ۲ واحد بر ثانیه است، محاسبه کنید

## تمرین ۴

نرده‌ای به طول ۵ متر را به دیوار عمودی تکیه داده ایم. اگر پایین نرده را با نرخ  $\frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از دیوار دور کنیم. بالای نردبان با چه سرعتی به زمین نزدیک می‌شود هنگامی که ارتفاع آن ۳ متر از کف زمین باشد؟

## تمرین ۵

فرض کنید  $f''$  روی  $\mathbb{R}$  موجود و پیوسته باشد و به علاوه برای هر  $x \in \mathbb{R}$  داشته باشیم  $|f''(x)| \leq K$ . نشان دهید:

$$\left| \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2} \right| \leq K$$

تمرین سری پنجم

تمرین ۶

طول ضلع یک مکعب ۳۰ سانتی متر است که خطایی در حد  $0.1\text{cm}$  دارد. با استفاده از مشتق خطای نسبی و حداکثر خطا را برای محاسبه حجم مکعب با استفاده از این اندازه محاسبه کنید.

تمرین ۷

مثلث قائم الزاویه‌ای را بیابید که بین تمام مثلث‌های قائم زاویه با محیط ثابت دارای بیشترین مساحت باشد.