

## تمرین سری یازدهم

مدرس: دکتر مقدسی، دکتر جمالی، دکتر مستفید

## تمرین ۱

در هر یک از دستگاه معادلات زیر جواب عمومی را پیدا کنید.

(آ)

$$x' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ -2e^t \end{bmatrix}$$

(ب)

$$x' = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} t^{-1} \\ 2t^{-1} + 4 \end{bmatrix} \quad t > 0$$

## تمرین ۲

برای دستگاه زیر ابتدا نشان دهید  $x^{(c)} = c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} t + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} t^{-1}$  جواب دستگاه همگن است. سپس جواب عمومی دستگاه را پیدا کنید.

$$tx' = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 - t^2 \\ 2t \end{bmatrix}$$

## تمرین ۳

فرض کنید  $x = \phi(t)$  جواب عمومی  $x' = P(t)x + g(t)$  باشد و فرض کنید  $x = v(t)$  جواب خاصی از دستگاه همگن باشد. با در نظر گرفتن تفاوت  $\phi(t) - v(t)$ ، ثابت کنید  $\phi(t) = u(t) + v(t)$  که در آن  $u(t)$  جواب عمومی دستگاه همگن  $x' = P(t)x$  است.

## تمرین ۴

با توجه به تمرینات در بخش معادلات مرتبه دوم ثابت کنید جواب مساله مقدار اولیه  $x' = Ax + g(t)$ ،  $x(0) = x_0$  برابر مقدار  $x = \Phi(t)x_0 + \int_0^t \Phi(t-s)g(s)ds$  می باشد.