



دانشکده علوم ریاضی  
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا

تمرین های سری سیزدهم

ریاضی مهندسی

۱. تصویر خط  $y = -1$  و قرص باز  $|z - 2| < 2$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = (1 + i)z - 2$  بیابید.
۲. تصویر هر یک از میدان های  $|y| < 1$  و  $-2 < x < -1$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = \frac{1}{z}$  بیابید.
۳. تصویر  $\frac{1}{c} < y < \frac{1}{c}$  ( $c > 0$ ) را تحت اثر نگاشت  $\omega = \frac{1}{z}$  بیابید. همچنین تصویر  $x^2 - y^2 = 1$  را تحت اثر این نگاشت پیدا کنید.
۴. تصویر هر یک از حلقه های  $2 < |z| < 3$  و  $\frac{1}{4} < |z| < 1$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = z + \frac{1}{z}$  بیابید.
۵. ثابت کنید تصویر دایره  $|z| = a$  تحت اثر نگاشت  $\omega = z + \frac{1}{z}$  بیضی است ( $a \neq 1$ ).
۶. تصویر خطوط  $x = c$ ,  $y = d$  و  $ax + by = 1$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = z^2$  بیابید.
۷. تصویر هر یک از میدان های  $|z| > 2$  و  $-\frac{\pi}{4} < \text{Arg}z < \frac{\pi}{4}$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = z^2$  بیابید.
۸. تصویر ناحیه  $|x - 1| \leq 2$  و  $|y| \leq \pi$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = e^z$  بیابید.
۹. تصویر میدان  $x > 0$  و  $0 < y < \frac{\pi}{4}$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = e^z$  بیابید.
۱۰. تصویر نوار  $0 < y < \pi$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = \text{Log} \frac{z-1}{z+1}$  بیابید.
۱۱. تصویر میدان محصور بین محور  $y$  و سهمی  $y^2 = -4(x - 1)$  را تحت اثر نگاشت شاخه اصلی  $\omega = \sqrt{z}$  بیابید.
۱۲. تصویر میدان بین دو سهمی  $r(1 - \cos \theta) = 2a^2$  و  $r(1 - \cos \theta) = 2b^2$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = \sqrt{r}e^{i\frac{\theta}{2}}$ ،  $0 < \theta < 2\pi$  و  $r > 0$  بیابید.
۱۳. تصویر میدان  $|x| < \frac{\pi}{4}$  و  $y > 0$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = \sin z$  بیابید.
۱۴. تصویر میدان  $|x| < \frac{\pi}{4}$  و  $1 < y < 2$  را تحت اثر نگاشت  $\omega = \sin z$  بیابید.