

تمرین‌های سری نهم

مدرس: علیشاهی و شریفی تبار

تمرین ۱

حاصل انتگرال‌های داده شده را محاسبه کنید:

$$\text{آ} \int_0^{\pi/2} dy \int_y^{\pi/2} \frac{\sin x}{x} dx$$

$$\text{ب} \int_0^1 dx \int_x^{x^{1/2}} \sqrt{1-y^2} dy$$

$$\text{ج} \iint_{|x|+|y|\leq a} e^{x+y} dA$$

د) $\iiint_R y dV$ که در آن R بخشی از مکعب $0 \leq x, y, z \leq 1$ که بالای صفحه $z = 1$ و پایین صفحه $z = 2$ قرار دارد.

$$\text{ه} \iiint_{\mathbb{R}^3} e^{-x^2-2y^2-3z^2} dV$$

$$\text{و} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_y^1 \frac{\sin(\pi z)}{z(2-z)} dz$$

ز) $\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dV$ که در آن R استوانه $x^2 + y^2 \leq a^2$ ، $0 \leq z \leq h$ است.

ح) $\iiint_B (x^2 + y^2 + z^2) dV$ که در آن B گوی $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ است.

تمرین ۲

حجم اجسام داده شده را (قسمت ج) و (د) را با استفاده از انتگرال سه گانه محاسبه کنید:

$$\text{آ} \text{ ناحیه بالای مربع } 0 \leq x, y \leq 1 \text{ و زیر سطح } z = \frac{xy}{x^2+y^2}$$

ب) ناحیه واقع در هر سه استوانه مستدیر $x^2 + y^2 = a^2$ ، $x^2 + z^2 = a^2$ و $y^2 + z^2 = a^2$.

ج) ناحیه واقع در داخل استوانه $x^2 + 4y^2 = 4$ ، بالای صفحه xy و پایین صفحه $z = 2 + x$.

تمرین‌های سری نهم

(د) داخل بیضی گون $1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ و بالای صفحه $z = b - y$.

تمرین ۳

در قرص $x^2 + y^2 \leq 1$ نقاط زیادی به تصادف اختیار شده‌اند. مقدار متوسط فاصله این نقاط تا نزدیکترین ضلع کوچکترین مربع جزء قرص را تقریب بزنید.