



مطالعه توابع نمایی و لگاریتم-رشد و تحلیل-توابع هندلولوی در بخشهای دوم و سوم و چهارم و ششم از فصل سوم (قسمت رشد لجستیک حذف) برای فهم مطالب حل تمرین و سوالات زیر لازم و ضروریست.

**سوال ۱** نشان دهید برای  $x \neq 1$ ، داریم  $\ln x < x - 1$ .

**سوال ۲** نقاط بحرانی  $y = x^x$  را بیابید.

مشتق  $n$  ام  $f(x) = xe^{ax}$  را بیابید.

**سوال ۳** فرض کنید  $x > 0$  و  $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ . در اینصورت ماکزیمم مطلق تابع  $f(x)$  را یافته و نشان دهید:

الف)  $e^x > \pi^e$

ب) اگر  $a \geq e > b$  آنگاه  $\frac{\ln a}{a} > \frac{\ln b}{b}$

ج) برای هر  $e > a > b$  داریم  $a^b > b^a$

**سوال ۴** اگر  $a$  عدد حقیقی مثبت باشد، مطلوبست تعیین برد و نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع

$$f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$$

**سوال ۵** فرض کنید  $0 < x < 1$ . نشان دهید برای هر  $\delta > 0$  عدد طبیعی  $n$  وجود دارد به قسمی که  $\delta < x^n$ .

نشان دهید اگر  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی مشتقپذیر باشد و  $f(0) = 0$  و برای هر  $x \in [0, 1]$  داشته باشیم  $|f'(x)| \leq |f(x)|$  آنگاه  $f$  تابع ثابت صفر است.

**سوال ۶** مطلوبست محاسبه:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{n} \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right)$$

**سوال ۷** فرض کنید  $F_{A,B}(x) = Ae^x \cos x + Be^x \sin x$  نشان دهید که  $F_{A+B, B-A}(x) = \frac{d}{dx} F_{A,B}(x)$

مطلوبست محاسبه  $\frac{d^2}{dx^2} F_{A,B}(x)$ .