



به نام خدا

سری پنجم تمارین

درس ریاضی عمومی ۱

فروردین ماه ۹۹

پرسش ۱ مستطیلی با اضلاع موازی با محورهای مختصات در بیضی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ محاط شده است. بیشترین مساحت ممکن برای مستطیل را بیابید.

پرسش ۲ نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = x^4 - x^2 \quad g(x) = x^{\frac{1}{2}} + 2x^{\frac{-1}{2}}$$

پرسش ۳ فرض کنید f تابعی از یک متغیر حقیقی و دویار مشتق‌پذیر باشد با این ویژگی که همواره نمودار تابع بین دو نقطه‌ی مفروض، زیر وتر واصل بین دو نقطه قرار دارد. نشان دهید مشتق دوم این تابع نامنفی است.

پرسش ۴ دایره‌ای به شعاع واحد داده شده است.

الف) مساحت بزرگترین مستطیل محاط در این دایره را بیابید.

ب) مساحت بزرگترین مثلث متساوی‌الساقین محاط در این دایره را بیابید.

پرسش ۵ کپسول گازی بشکل استوانه با سقف نیم‌کره است. نسبت ارتفاع به شعاع نیم‌کره چقدر باشد تا با حجم داده شده حداقل مصالح در ساخت کپسول بکار رود.

پرسش ۶ منحنی C از آن بخش از نمودار تابع $y = -\frac{1}{4}x^2 + 5$ تشکیل شده است که $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$. نزدیکترین و دورترین نقطه‌ی C را به نقطه‌ی $(0, 2)$ پیدا کنید.

پرسش ۷ نشان دهید کوتاه‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی (x_0, y_0) تا خط راست $ax + by + c = 0$ برابر است با $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

پرسش ۸ حجم بزرگترین مخروط دواری که می‌توان در کره‌ای به شعاع واحد محاط کرد را بدست آورید.

پرسش ۹ در هر مورد خطی‌سازی تابع داده شده را در نقطه‌ی داده شده بیابید.

الف) $\cos(x)$ در $x = \frac{\pi}{4}$.

ب) $\sqrt{1+x^3}$ در $x = 1$.

پرسش ۱۰ اعداد حقیقی a_1, \dots, a_n داده شده اند. ثابت کنید $\sum_{i=1}^n (x - a_i)^2$ وقتی کمترین مقدار ممکن است که x برابر با میانگین a_i ها باشد.