

۱. بسط لوران توابع زیر را حول مبدأ مختصات روی حلقه باز  $\rho_1 < |z| < \rho_2$  به ازای  $\rho_1$  و  $\rho_2$  مناسب به دست آورید.

الف:

$$f(z) = z^4 \sin^2 \frac{1}{z^2}$$

ب:

$$f(z) = \frac{4z - 1}{z^2 - z}$$

ج:

$$f(z) = \frac{e^z}{z - 1}$$

۲. نوع هر یک از نقاط تکین منفرد هر یک از توابع زیر را مشخص کنید.

الف:

$$f(z) = \frac{1 - e^{2z}}{z^4}$$

ب:

$$f(z) = z^2 \cos \frac{1}{z - 2}$$

ج:

$$f(z) = \frac{\sin z^4}{z^5}$$

۳. مانده های هر یک از توابع زیر را در هر یک از نقاط تکین منفرد آن به دست آورید.

الف:

$$f(z) = \frac{\sin z}{(z - i)(z + 2)^2}$$

ب:

$$f(z) = \frac{(1 - z^4)e^{2x}}{z^2}$$

ج:

$$f(z) = e^{z + \frac{1}{z}}$$

۴. با استفاده از

$$\int_{|z|=1} z^{-1} e^{az} dz = 2\pi i$$

به طوریکه  $a$  عددی حقیقی است، ثابت کنید

$$\int_0^\pi e^{a \cos t} \cos(a \sin t) dt = \pi.$$

۵. مقدار انتگرال های زیر را حساب کنید.

الف:

$$\int_{|z-1|=1} (z+1)^{20} dz$$

ب:

$$\int_{|z|=1} \frac{(z+1)^{\gamma}}{z^{\gamma}} dz$$

۶. اگر  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{Lnx}{x^{\gamma}+a^{\gamma}} dx = \frac{\pi Lna}{\gamma a}$ ، آنگاه مقدار انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(Lnx)^{\gamma}}{x^{\gamma}+a^{\gamma}} dx$  را حساب کنید.

۷. حاصل  $P.V. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x(x^{\gamma}+1)} dx$  را حساب کنید.

۸. حاصل انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{(x^{\gamma}+1)^{\gamma}} dx$  را حساب کنید.

۹. حاصل انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1-\cos \gamma x}{\gamma(1+x^{\gamma})} dx$  را حساب کنید.

۱۰. حاصل انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \gamma x}{(x^{\gamma}+1)(x^{\gamma}+\gamma)} dx$  را حساب کنید.