



به نام خدا

سری یازدهم تمارین

درس ریاضی عمومی ۲

زمستان ۹۷

سوال ۱

خطوط میدان را در میدان برداری $F(x, y) = yi + xj$ بیابید.

سوال ۲

پایستاری هر یک از میدان‌های برداری زیر را (روی دامنه میدان) بررسی کنید. در صورت پایستار بودن، تابع پتانسیل آن‌ها را به دست آورید.

$$F(x, y, z) = (xy - \sin z)i + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{e^y}{z}\right)j + \left(\frac{e^y}{z^2} - x \cos z\right)k \quad (\text{الف})$$

$$F(x, y, z) = \frac{2x}{z}i + \frac{2y}{z}j - \frac{x^2 + y^2}{z^2} \quad (\text{ب})$$

سوال ۳

جرم سیمی را که در امتداد خم $r(t) = 3ti + 3t^2j + 2t^3k$ قرار دارد و چگالی در نقطه $r(t)$ برابر $1 + t$ است را از نقطه $A = (0, 0, 0)$ تا نقطه $B = (3, 3, 2)$ بیابید.

سوال ۴

مطلوب است محاسبه انتگرال‌های زیر روی مسیر خواسته شده:

$$C, \int_C \sqrt{1 + 4x^2z^2} ds \quad (\text{الف})$$

$$L, \int_L \frac{ds}{x^2 + y^2} \quad (\text{ب})$$

سوال ۵

مطلوب است محاسبه انتگرال $\int_C F \cdot dr$ که در آن C خم $4x^2 + y^2 = 4$ در جهت پادساعتگرد است و میدان برداری F توسط $F(x, y) = (e^x \sin y + 3y)i + (e^x \cos y + 2x - 2y)j$ داده شده است.

سوال ۶

کار انجام شده توسط میدان نیروی $F(x, y, z) = (y^2 \cos x + z^3)i + (2y \sin x - 4)j + (3xz^2 + 2)k$ در حرکت دادن ذره ای در امتداد خم $x = \sin^{-1}t$ و $y = 1 - 2t$ و $z = 3t - 1$ در بازه $0 \leq t \leq 1$ را بیابید.

سوال ۷

انتگرال $\int_C F \cdot dr$ را حول خم $r(t) = \cos t i + \sin t j + \sin 2t k$ برای $0 \leq t \leq 2\pi$ و میدان برداری زیر حساب کنید.

$$F(x, y, z) = (e^x - y^3)i + (e^y + x^3)j + e^z k$$