

# تمرین‌های ریاضی عمومی ۱

## (سری دهم)

۳۰ اردیبهشت ۱۳۹۸

**تمرین ۱:** سری‌های همگرایی  $\sum a_n$  و  $\sum b_n$  مثال بزنید که  $\sum a_n b_n$  همگرایی مطلق نباشد.

**تمرین ۲:** فرض کنید دنباله  $\{a_n\}$  مثبت و سری  $\sum a_n$  واگرا باشد. ثابت کنید سری  $\sum \frac{a_n}{1+a_n}$  واگراست.

**تمرین ۳:**

الف) ثابت کنید برای هر عدد حقیقی  $x$  داریم  $e^x > 1 + x$ .

ب) نشان دهید سری زیر همگراست:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right)$$

**تمرین ۴:** همگرایی یا واگرایی‌های سری‌های زیر را مشخص کنید:

$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$ (خ)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ (ث)	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$ (الف)
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}$ (د)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{2}}{(-2)^n}$ (ج)	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{10}}{10^n}$ (ب)
$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^n + e^{-n}}{e^{2n} - 1} \right)^n$ (ذ)	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \cos(n\pi)}{n^2 + 1}$ (چ)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n+n^2}{1+n+n^2+n^3}$ (پ)
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ (س)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{n+\frac{1}{n}}}$ (ح)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+\sqrt[3]{n}}}$ (ت)

**تمرین ۵:** برای هر عدد طبیعی  $n$  تعریف کنید:

$$a_n = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^n}$$

در همگرایی یا واگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - a_n)$  بحث کنید.