

۱. قاعده زنجیره‌ای را بیان کنید و برهانی برایش ارائه دهید. (۱۰ نمره)

۲. فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته است و نقاط $x_1 < x_2 < x_3$ وجود دارند که

$$f(x_1) = x_2, \quad f(x_2) = x_3, \quad f(x_3) = x_1$$

ثابت کنید $c_1 < c_2$ وجود دارد که $f(c_1) = c_2$ و $f(f(c_2)) = c_1$. (۱۰ نمره)

۳. نشان دهید مجموعه تقریباً بیضی $x^2 + 2xy + 2y^2 - 14 + \cos(xy - 2) = 0$ ، مجموعه تقریباً هذلولی $2x^2 + 8xy - 5y^2 + 1 + \cos(xy - 2) = 0$ را در نقطه $(1, 2)$ به صورت عمودی قطع می‌کند. (۱۵ نمره)

۴. به کمک تقریب تیلور مرتبه دو کوچکترین بازه‌ای که $\tan^{-1}(0.97)$ مطمئناً در آن قرار دارد را بدست آورید. (۱۵ نمره)

۵. می‌خواهیم یک محوطه‌ای به شکل یک قطعه از دایره درست کنیم. قسمت صاف مرزش بخشی از یک دیوار طویل است و قسمت قوسی شکل مرزش را باید به کمک یک حصار ۱۰۰ متری ایجاد کنیم. بیشترین مساحت ممکن این محوطه چقدر خواهد بود. (۱۵ نمره)

۶. آیا حد زیر وجود دارد و در صورت وجود آن را بیابید. (در عبارت زیر توان‌های x کسرهای $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ و... است) (۱۵ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - x^{1/2})^2 (1 - x^{1/4})^4 (1 - x^{1/9})^9}{(1 - x^{1/3})^3 (1 - x^{1/5})^5 (1 - x^{1/7})^7}$$

موفق باشید