

## تمرین ریاضی عمومی - دسته ۱۱

---

### تمرین‌های کتاب

بخش ۱-۱۴: ۱، ۸، ۱۵، ۲۶، ۲۹، ۳۵، ۳۷

بخش ۲-۱۴: ۳، ۶، ۱۰، ۱۴، ۲۳، ۲۶، ۳۱، ۴۳، ۵۳

بخش ۳-۱۴: ۴، ۱۴، ۱۹، ۲۷، ۳۰، ۳۱، ۳۴، ۳۸، ۴۵

بخش ۶-۱۴: ۵، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۱، ۳۴، ۳۹، ۴۱، ۴۴، ۵۰

(۱) فرض کنید  $S \subset \mathbb{R}^{n-1}$  یک ناحیه مجاز با حجم  $(n-1)$ -بعدی  $A$  باشد،  $P$  نقطه‌ای در  $\mathbb{R}^n$  خارج  $\mathbb{R}^{n-1}$  (که  $\mathbb{R}^{n-1}$  را ابرصفحه ایجاد شده توسط  $(n-1)$  مختصه اول  $\mathbb{R}^n$  می‌گیریم) و  $D$  'مخروط' ایجاد شده توسط اجتماع کلیه پاره‌خطهای واصل از  $P$  به نقاط  $S$ . نشان دهید:

$$\text{حجم } n\text{-بعدی } D = \left(\frac{1}{n}\right)A.h$$

که در اینجا  $h$  ارتفاع نقطه  $P$  نسبت به ابرصفحه  $\mathbb{R}^{n-1}$  است.

(۲) فرمولهای زیر را برای حجم گوی  $n$ -بعدی  $A^2 \leq x_1^2 + \dots + x_n^2$  با استقراء، ثابت کنید:

$$n = 2d \quad : \quad \frac{\pi^d}{d!} A^n$$

$$n = 2d + 1 \quad : \quad \frac{2^n (d!) \pi^d}{(2d + 1)!} A^n$$