

## تمرین ریاضی عمومی - دسته ۱۰

---

بخش ۱۰-۱۳ کتاب: ۷، ۱۱، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۷، ۲۹، ۲۳، ۲۴.  
بخش ۹-۱۳ کتاب: ۵، ۱۲، ۱۸، ۲۰، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۵۰، ۵۹، ۶۲، ۶۵.  
تمرینهای متفرقه (صفحات ۹۳۸-۹۳۶): ۲، ۶، ۸، ۱۱، ۱۶، ۱۷، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۳۲، ۳۴، ۳۷، ۵۱.

(۱) (از امتحان نهایی ۷۹/۴/۲) روابط  $u = e^y - y \sin x$  و  $v = x + y + \cos x$  را در نظر بگیرید و توجه کنید که  $(x, y, u, v) = (0, 0, 1, 1)$  در این روابط صدق می‌کند. نشان دهید حول این نقطه می‌توان  $(x, y)$  را به صورت تابعی مشتق‌پذیر از  $(u, v)$  نوشت.  $\frac{\partial x}{\partial u}$  و  $\frac{\partial y}{\partial u}$  را به ازای  $(x, y, u, v) = (0, 0, 1, 1)$  محاسبه کنید.

(۲) (از امتحان میان‌ترم ۸۰/۲/۶) روابط  $x = e^u \cos v$  و  $y = e^u \sin v$  داده شده‌اند.

الف) نشان دهید حول  $(u, v) = (1, \frac{\pi}{4})$  می‌توان  $(u, v)$  را تابعی مشتق‌پذیر از  $(x, y)$  فرض کرد و مشتقات پاره‌ای  $u$  و  $v$  را نسبت به  $x$  و  $y$  محاسبه کنید.

ب) فرض کنید  $z = f(u, v)$  داده شده است و دارای مشتق‌های پاره‌ای پیوسته مرتبه دوم نسبت به  $u$  و  $v$  می‌باشد. عبارت  $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v}$  را بر حسب  $x$  و  $y$  و مشتق‌های پاره‌ای مرتبه اول و دوم  $z$  نسبت به  $x$  و  $y$  بنویسید (در ناحیه‌ای که بتوان  $(u, v)$  را تابعی نسبت به  $(x, y)$  با مشتق‌های پاره‌ای مرتبه دوم پیوسته فرض کرد).