



درس ریاضی عمومی ۲
نیمسال اول ۰۳-۰۴
استاد: دکتر جمالی، دکتر مستفید

تمرین سری دوم

دانشکده علوم ریاضی

۱. نشان دهید خط $x - 2 = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{4}$ با صفحه $2y - z = 1$ موازی است. فاصله بین این خط و صفحه را محاسبه کنید.

۲. نشان دهید که مساحت مثلث با رئوس $(x_1, y_1, 0)$, $(x_2, y_2, 0)$ و $(x_3, y_3, 0)$ برابر است با:

$$\frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \right|.$$

۳. در هر یک از قسمت‌های زیر، فواصل خواسته شده را بیابید:

(الف) فاصله نقطه $(1, 2, 0)$ تا صفحه $3x - 4y - 5z = 2$.

(ب) فاصله مبدا مختصات تا خط $x + y + z = 0$ و $2x - y - 5z = 1$.

(ج) فاصله بین دو خط

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y + 2z = 3 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - 2z = -5 \end{cases}$$

۴. در هر قسمت معادله خط خواسته شده را به صورت استاندارد و پارامتری بنویسید.

(الف) خط گذرنده از مبدا و موازی فصل مشترک صفحات $x + 2y - z = 2$ و $2x - y + 4z = 5$.

(ب) خط گذرنده از نقطه $(2, -1, -1)$ و موازی هر دو صفحه $x + y = 0$ و $x - y + 2z = 0$.

۵. اعداد حقیقی r, s, t که $r \neq 0$ و $s \neq 0$ مفروض هستند و بردار a در شرط $|a|^2 \geq 4(rst)$ صدق می‌کند. بردارهای x و y را چنان بیابید که

$$\begin{cases} rx + sy = a \\ x \cdot y = t \end{cases}$$

۶. سه بردار $u = 3i + j - 2k$, $v = i + 2j - 2k$ و $w = 2i - 2j + k$ مفروض هستند.

(الف) دو بردار یکه عمود بر هر دو بردار u و v بیابید.

(ب) بردار $x \in \mathbb{R}^3$ را چنان بیابید که $x \cdot u = 9$, $x \cdot v = 4$ و $x \cdot w = 6$.

- (ج) دو بردار یکه را چنان بیابید که زاویه‌ی برابر با بردارهای u ، v و w داشته باشند.
- (د) بردار یکه‌ای که نیمساز زاویه بین دو بردار u و v باشد را معرفی کنید.

۷. برای صفحات تک پارامتری زیر، یک توصیف هندسی ارائه کنید. λ پارامتر حقیقی است.

(الف)

$$x + \lambda y + \lambda z = \lambda$$

.

(ب)

$$\lambda x + \sqrt{1 - \lambda^2} y = 1$$

.