



دانشکده‌ی علوم ریاضی



نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

اساتید درس: آقای دکتر محسن جمالی و خانم دکتر سحر قاجار

## تمرینهای سری یازدهم معادلات دیفرانسیل

### ۱ پرسش نخست

حل سری معادله زیر را حول نقطه ذکر شده انجام دهید. معادله بازگشتی را بنویسید و جمله عمومی هر جواب را بدست آورید. برای هر دو جواب بدست آمده رونسکین را حساب کنید.

$$(3 - x^2)y'' - 3xy' - y = 0, \quad x_0 = 0$$

### ۲ پرسش دوم

در هر کدام از موارد زیر یک کران پایین برای شعاع همگرایی پاسخ سری در نقطه داده شده بیابید.

$$(x^2 - 2x - 3)y'' + xy' + 4y = 0, \quad x_0 = 4, \quad x_0 = -4, \quad x_0 = 0 \quad (1)$$

$$(1 + x^3)y'' + 4xy' + y = 0, \quad x_0 = 0, \quad x_0 = 2 \quad (2)$$

### ۳ پرسش سوم

جواب عمومی معادله زیر را بدست آورید

$$x^3y''' + 2x^2y'' - xy' + y = \ln x, \quad x > 0$$

#### ۴ پرسش چهارم

در معادله زیر نقطه تکین منظم را با چک کردن مشخصات آن تعیین کنید. سپس نماهای مربوطه را بدست آورده و بوسیله تعیین نوع آنها فرم جوابها را تعیین کنید. در جواب اول معادله بازگشتی ضریبهای سری توانی را بصورت تابعی از  $r$  بنویسید ( $a_n(r)$ ) و از آنجا جواب اول را بطور دقیق مشخص کنید و در آخر کوتاه مختصر بگویید دنباله  $\{a_n(r)\}_{n=1}^{\infty}$  چه نقشی در ساختن جوابها دارد.

$$x^2 y'' - x(5-x)y' + (9-4x)y = 0$$

#### ۵ پرسش پنجم

نشان دهید اگر  $\lambda$  عددی صحیح و مثبت باشد، در حل سری معادله لژاندر حول نقطه  $x_0 = 0$ ، شعاع همگرایی یکی از دو جواب بی نهایت است.

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + \lambda(\lambda+1)y = 0$$

#### ۶ پرسش ششم

در معادله دیفرانسیل زیر، نقاط تکین منظم را پیدا کنید و بر حسب مقادیر مختلف  $b$  تنها فرم جوابها را تعیین کنید.

$$x(1-x)y'' + b(1-x)y' - by = 0, \quad x > 0$$