



دانشکده‌ی علوم ریاضی

نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

اساتید درس: آقایان دکتر امیر جعفری و دکتر محمدجواد حبیبی

تمرین سری هشتم ریاضی عمومی دو

تمرینها به ترتیب تمرینهای زیر از کتاب مرجع هستند:

۶-۱۵: ۳، ۹، ۱۱، ۱۵، ۳۹

۷-۱۵: ۹، ۲۱، ۲۵، ۲۹

۸-۱۵: ۱۷، ۳۱، ۴۵

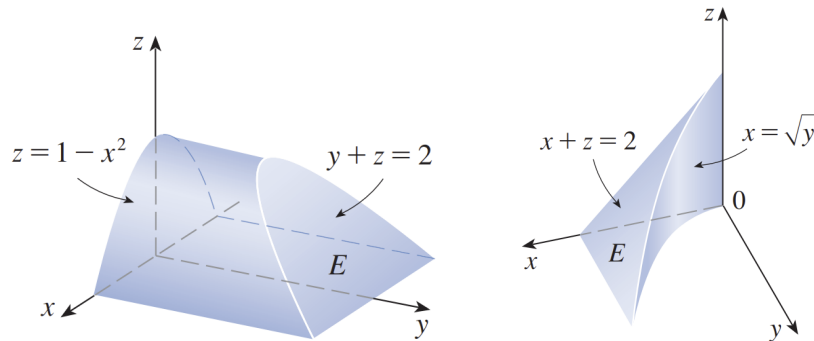
۹-۱۵: ۵، ۱۵، ۲۵

تمرین ۱ انتگرال مکرر $\int_0^2 \int_0^{z^2} \int_0^{y-z} (2x - y) dx dy dz$ را حساب کنید.

تمرین ۲ انتگرال سه گانه $\iiint_E f(x, y, z) dV$ را بصورت انتگرال مکرر برای تابع داده شده f و ناحیه جسم E نمایش دهید.

$$f(x, y, z) = x,$$

$$f(x, y, z) = x + y$$



شکل ۱: تمرین ۲

تمرین ۳ انتگرال سه گانه زیر را حساب کنید:

$$\iiint_E \frac{1}{x^3} dV, \quad E = \{(x, y, z) \mid 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq y^2, 1 \leq x \leq z + 1\}$$

تمرین سری هشتم ریاضی عمومی دو-۱

تمرین ۴ انتگرالهای مکرر دیگری را که با انتگرال داده شده زیر برابرند بنویسید.

$$\int_0^1 \int_y^1 \int_0^y f(x, y, z) dx dy dz$$

تمرین ۵ معادلات زیر را در مختصات استوانه ای بنویسید.

$$a) x^2 - x + y^2 + z^2 = 1 \quad b) z = x^2 - y^2$$

تمرین ۶ با استفاده از مختصات استوانه ای $\iiint_E (x + y + z) dV$ را که در آن E جسمی در ناحیه اول فضا قرار گرفته زیر سهمی گون $z = 4 - x^2 - y^2$ است، محاسبه کنید.

تمرین ۷ با استفاده از مختصات استوانه ای حجم جسم محصور شده با مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ و کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ را محاسبه کنید.

تمرین ۸ با استفاده از مختصات استوانه ای جرم و مرکز جرم جسم S محدود شده توسط سهمی گون $z = 4x^2 + 4y^2$ و صفحه $z = a$ ($a > 0$) را که چگالی K دارد محاسبه کنید.

تمرین ۹ جسمی را که حجم آن توسط انتگرال زیر مشخص شده است رسم کنید و آن انتگرال را حساب کنید.

$$\int_0^{\pi/6} \int_0^{\pi/2} \int_0^3 \rho^2 \sin \phi d\rho d\theta d\phi$$

تمرین ۱۰ (آ) حجم جسم قرار گرفته بالای مخروط $\phi = \pi/3$ و زیر کره $\rho = 4 \cos \phi$ را محاسبه کنید.
(ب) مرکز ثقل جسم قسمت (ب) را بدست آورید.

تمرین ۱۱ انتگرال زیر را توسط تبدیل به مختصات قطبی محاسبه کنید.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} dz dy dx$$

تمرین ۱۲ تصویر مجموعه مثلثی S با رئوس $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ را تحت تبدیل $x = u^2$, $y = v$ بدست آورید.

تمرین ۱۳ ژاکوبین تبدیل $x = uv$, $y = vw$, $z = wu$ را بدست آورید.

تمرین ۱۴ انتگرال $\iint_R \frac{x-2y}{3x-y} dA$ را با انتخاب تبدیل مناسب بدست آورید که R متوازی السطوح محصور توسط خطوط $x - 2y = 0$, $x - 2y = 4$, $3x - y = 1$, $3x - y = 8$ است.