



دانشکده‌ی علوم ریاضی

نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

اساتید درس: آقایان دکتر امیر جعفری و دکتر محمدجواد حبیبی

### تمرین سری پنجم ریاضی عمومی دو

تمرینها به ترتیب تمرینهای زیر از کتاب مرجع هستند:

۷.۱۴: ۵، ۱۱، ۱۹، ۳۵، ۳۹

۸.۱۴: ۹، ۱۳، ۲۵، ۳۱، ۳۳، ۳۵

تمرین ۱ ماکسیمم و مینیمم نسبی و نقطه زینی توابع زیر را بدست آورید. از ماشین حساب یا کامپیوتر برای رسم تابع در یک دامنه و زاویه دید خاصی استفاده کنید تا نکات مهم تابع را ملاحظه کنید.

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + y$$

$$f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - 2x + 7y$$

$$f(x, y) = e^x \cos y$$

تمرین ۲ ماکسیمم و مینیمم مطلق توابع زیر را روی مجموعه  $D$  بدست آورید.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4, \quad D = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$$

$$f(x, y) = 2x^3 + y^4, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

تمرین ۳ هر کدام از سوالات نقطه بحرانی زیر پاسخ مربوط به هر دو مقدار ماکسیمم و مینیمم دارد. از روش ضرایب لاگرانژ برای یافتن مقادیر بحرانی تابع نسبت به محدوده داده شده استفاده کنید.

$$f(x, y, z) = 2x + 2y + z, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, \quad x^4 + y^4 + z^4 = 1$$

تمرین سری پنجم ریاضی عمومی دو-۱

تمرین ۴ از روش ضرایب لاگرانژ برای یافتن مقدار ماکسیم تابع  $f$  نسبت به محدوده داده شده استفاده کنید. سپس نشان دهید تابع  $f$  در این محدوده مقدار مینیم ندارد.

$$f(x, y) = e^{xy}, \quad x^3 + y^3 = 16$$

تمرین ۵ نقاط بحرانی تابع  $f$  را در محدوده داده شده مشخص کنید.

$$f(x, y, z) = x + y + z, \quad x^2 + z^2 = 1, \quad x + y = 1$$

$$f(x, y, z) = yz + xy, \quad xy = 1, \quad y^2 + z^2 = 1$$

تمرین ۶ مسئله مینیمایز کردن تابع  $f(x, y) = x$  روی خم  $y^2 + x^4 - x^3 = 0$  را در نظر بگیرید.

(آ) تلاش کنید از روش ضرایب لاگرانژ برای حل آن استفاده کنید.

(ب) نشان دهید کمترین مقدار  $f(0, 0) = 0$  است، اما شرط لاگرانژ  $\nabla f(0, 0) = \lambda \nabla g(0, 0)$  برای هیچ مقدار  $\lambda$  صدق نمی کند.

(پ) توضیح دهید چرا ضرایب لاگرانژ برای بدست آوردن کمترین مقدار در این مورد کارایی ندارد.