



دانشکده‌ی علوم ریاضی

نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

اساتید درس: آقایان دکتر امیر جعفری و دکتر محمدجواد حبیبی

تمرین سری چهارم ریاضی عمومی دو

تمرینها به ترتیب تمرینهای زیر از کتاب مرجع هستند:

$$۴۹، ۳۹، ۲۷، ۱۹، ۷ : ۴.۱۴$$

$$۵۳، ۴۹، ۳۵، ۱۹، ۱۵ : ۵.۱۴$$

$$۴۷، ۳۱، ۱۳، ۱۱، ۷ : ۶.۱۴$$

تمرین ۱ معادله صفحه مماس بر رویه داده شده در نقطه مشخص شده را بدست آورید.

$$z = \frac{2\sqrt{y}}{x}, \quad (-1, 1, -2)$$

تمرین ۲ توضیح دهید چرا این تابع در نقطه داده شده مشتق پذیر است و خطی سازی $L(x, y)$ در آن نقطه را بدست آورید.

$$f(x, y) = x^2 e^y, \quad (1, 0)$$

تمرین ۳ تخمین خطی تابع $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ در نقطه $(3, 2, 6)$ را بدست آورید و از آن برای تخمین عدد $\sqrt{(3.02)^2 + (1.97)^2 + (5.99)^2}$ استفاده کنید.

تمرین ۴ اگر $z = 5x^2 + y^2$ در نقطه (x, y) از $(1, 2)$ به $(1.05, 2.1)$ مقادیر Δz و dz را با هم مقایسه کنید.

تمرین ۵ اگر R مقاومت کل سه مقاومت موازی بسته شده R_1, R_2 و R_3 باشد، داریم:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

اگر این مقادیر بر حسب اهم $R_1 = 25\Omega$ ، $R_2 = 40\Omega$ و $R_3 = 50\Omega$ با خطای 5% باشد، بیشینه خطای در مقدار محاسبه شده R را تخمین بزنید.

تمرین سری چهارم ریاضی عمومی دو-۱

تمرین ۶ مقدار $\partial z/\partial s$ و $\partial z/\partial t$ را با استفاده از قانون زنجیره ای بدست آورید.

$$z = \frac{(\sin \theta)}{r}, \quad r = st, \quad \theta = s^2 + t^2$$

تمرین ۷ فرض کنید f تابع مشتق پذیر از x و y بوده و $g(u, v) = f(e^u + \sin v, e^u + \cos v)$ باشد. جدول مقادیر را برای محاسبه $g_u(0, 0)$ و $g_v(0, 0)$ استفاده کنید.

	f	g	f_x	f_y
(0, 0)	3	6	4	8
(1, 2)	6	3	2	5

شکل ۱: تمرین ۷

تمرین ۸ معادله 6 (کتاب) را برای یافتن $\partial z/\partial x$ و $\partial z/\partial y$ استفاده کنید.

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$$

تمرین ۹ اگر $z = f(x, y)$ باشد که $x = r \cos \theta$ و $y = r \sin \theta$ ،
(آ) $\partial z/\partial r$ و $\partial z/\partial \theta$ را بیابید.

(ب) نشان دهید:

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$$

تمرین ۱۰ اگر $z = f(x, y)$ باشد که $x = r^2 + s^2$ و $y = 2rs$ ، $\partial^2 z/\partial r \partial s$ را بیابید. با مثال 7 کتاب مقایسه کنید.

تمرین ۱۱ مشتق جهت دار f را در نقطه داده شده و در جهت زاویه مشخص شده θ محاسبه کنید.

$$f(x, y) = \arctan(xy), \quad (2, -3), \quad \theta = \frac{3\pi}{4}$$

تمرین ۱۲ (آ) گرادیان تابع را بیابید.

(ب) گرادیان را در نقطه داده شده محاسبه کنید.

(پ) نرخ تغییرات f در نقطه P در جهت بردار u را بیابید.

$$f(x, y, z) = x^2yz - xyz^3, \quad P(2, -1, 1), \quad \mathbf{u} = \left\langle 0, \frac{4}{5}, -\frac{3}{5} \right\rangle$$

تمرین سری چهارم ریاضی عمومی دو-۲

تمرین ۱۳ مشتق جهت دار تابع را در نقطه داده شده و در جهت بردار \mathbf{v} بدست آورید.

$$f(x, y) = e^x \sin y, \quad \left(0, \frac{\pi}{3}\right), \quad \mathbf{v} = \langle -6, 8 \rangle$$

تمرین ۱۴ نرخ بیشینه تغییرات f و جهتی که رخ می دهد در نقطه داده شده را مشخص کنید.

$$f(x, y, z) = \frac{x}{y+z}, \quad (8, 1, 3)$$

تمرین ۱۵ معادله (آ) صفحه مماس و (ب) خط نرمال رویه داده شده در نقطه مشخص شده را بیابید.

$$2(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 10, \quad (3, 3, 5)$$