

به نام خدا



درس ریاضی عمومی ۱
نیم‌سال اول ۰۳-۰۲
استاد: دکتر پورنکی، دکتر مقدسی

تمرین سری اول

دانشکده علوم ریاضی

۱. جواب معادله یا نامعادله داده شده در هر قسمت را محاسبه کنید.

الف) $x^3 > 4x$

ب) $x^2 < 9$

پ) $x^2 - x < 2$

ج) $\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1}$

ه) $|8 - 3x| = 9$

و) $|x + 1| > |x - 3|$

۲. ناحیه‌های تعریف شده توسط نامعادلات در هر قسمت را در صفحه مختصات دکارتی توصیف کنید.

الف) $(x + 1)^2 + y^2 < 4$

ب) $x^2 + y^2 < 2x$ و $x^2 + y^2 < 2y$

ج) $x^2 + y^2 - 4x + 2y > 4$ و $x + y > 1$

۳. در هر قسمت معادله تابع را پس از انجام تغییر مقیاس خواسته شده بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x + 1}$ به دست آورید.

• فاصله‌های عمودی بر ۴ تقسیم شوند. یعنی نمودار تابع در جهت عمودی با نسبت ۴ منقبض شود.

• فاصله‌های افقی با نسبت ۳ منبسط شوند.

۴. ابتدا نمودار تابع $f(x) = 1 - (x + 2)^2$ را رسم کنید. سپس این نمودار را یک واحد به سمت راست و دو واحد به پایین جابه‌جا کنید. معادله شکل نهایی را به دست آورید.

۵. ثابت کنید که عدد گویایی مانند x وجود ندارد که رابطه $x^2 = 2$ برقرار باشد.

۶. ثابت کنید بین هر دو عدد حقیقی یک عدد گویا و یک عدد گنگ وجود دارد.

۷. توابع زیر را بصورت ترکیب دو تابع بنویسید.

$$F(x) = \cos^2 x \quad \text{الف)}$$

$$G(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} \quad \text{ب)}$$

$$H(x) = \sec(x^2) \tan(x^2) \quad \text{ج)}$$

۸. با استفاده از استقرای ریاضی تساوی زیر را برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید.

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

۹. با استفاده از خاصیت ارشمیدسی اعداد حقیقی، کوچکترین کران بالای مجموعه $S = \left\{ \frac{n}{n+1} \right\}$ را پیدا کنید.