



تمرین‌های سری هفتم

به نام خدا

ریاضی مهندسی

دانشکده علوم ریاضی  
دانشگاه صنعتی شریف

۱. ناحیه‌هایی که هر یک از معادلات زیر در آن‌ها از نوع هذلولوی، سهموی و یا بیضوی است، تعیین کنید.

$$1. \quad u_{xx} + yu_{yy} + u_x - u = x$$

$$2. \quad x^2 u_{xx} + y^2 u_{xy} - u_{yy} + xu = y^2$$

$$3. \quad u_{xx} + xyu_{xy} + u_{yy} + u = x^2$$

$$4. \quad u_{xx} - yu_{xy} + yu_{yy} + u_x + u = x$$

۲. معادله زیر را به شکل کانونیک در آورید:

$$e^x u_{xx} - e^y u_{yy} + u_x + u = xe^x.$$

۳. مطلوبست حل مسئله کشی زیر

$$\begin{cases} u_{xx} + 10u_{xy} + 9u_{yy} + u_x + u_y = 64(y - 5x), & -\infty < x < \infty, y \geq 0 \\ u(x, 0) = x^2, & u_y(x, 0) = x. \end{cases}$$

۴. مسئله گورسا زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} u_{xx} - u_{yy} = xy, \\ u(x, y) = -y^2, & \text{روی } y + x = 0 \\ u(x, y) = x^2, & \text{روی } y = x \end{cases}$$