



دانشکده‌ی علوم ریاضی



نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

زمان: ۳ ساعت

پایانترم ریاضی عمومی دو

۱ پرسش نخست

(۲۰ نمره) با استفاده از تغییر مختصات  $x = u^2, y = v^2, z = w^2$  حجم محصور بین رویه  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 1$  و صفحات مختصات را بیابید.

۲ پرسش دوم

(۳۰ نمره) میدان برداری

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2z + 2xz^2)\mathbf{i} + 2xyz\mathbf{j} + (xy^2 + 2x^2x)\mathbf{k}$$

را در نظر بگیرید. ابتدا تابع پتانسیل  $\mathbf{F}$  را بیابید. سپس بدون استفاده از قضیه اساسی حاصل  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  را محاسبه کنید که در آن  $0 \leq t \leq 1$  و  $C: x = \sqrt{t}, y = t + 1, z = t^2$  و در نهایت جواب انتگرال را با قضیه اساسی انتگرال روی خم امتحان کنید.

۳ پرسش سوم

(۳۰ نمره) الف)  $\iint_S xz dS$  را بیابید وقتی  $S$  مرز ناحیه محدود به استوانه  $y^2 + z^2 = 9$  و صفحات  $x = 0$  و  $x + y = 5$  است.

ب) حاصل  $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$  را بیابید که در آن  $\mathbf{F}(x, y, z) = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$  و  $S$  رویه جهت پذیر مثبت  $z = x \sin y$  است که  $0 \leq x \leq 3$  و  $0 \leq y \leq x$ .

#### ۴ پرسش چهارم

(۲۰ نمره) خم  $C$  خم محصور بین  $x = 4$ ،  $x = y^2$  و  $y = 0$  در ربع مثبت صفحه مختصاتی است که در جهت عقربه های ساعت پرمایش شده است. اکنون با کمک قضیه گرین حاصل  $\int_C (x^{3/2} + y^2)dx + (y^{4/3} - x^2)dy$  را بیابید. (راهنمایی: به جهت خم دقت کنید.)

موفق باشید