



تاریخ: ۰۲/۱۰/۲۸
شماره:
پوست:

دانشکده علوم ریاضی

مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۱ (گروه‌های ۱ تا ۴)

۲۲-۰۱۵

نیمسال اول ۰۲-۰۳

- این امتحان شامل ۵ سؤال است. پاسخ سؤالات را به ترتیب در دفترچه امتحانی بنویسید. استفاده از ماشین حساب و نیز هرگونه پرسش و پاسخ در طول جلسه امتحان ممنوع است.
- برای نشان دادن درستی جواب‌های خود استدلال کنید و حتی‌الامکان از به کار بردن عباراتی چون «واضح است» یا «بدیهی است» پرهیز کنید.

سؤال ۱. تمام اعداد مختلطی مثل z را بیابید که $(\bar{z} + i)(z - 2)$ عددی حقیقی شود.

سؤال ۲. انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

(الف) $\int \cos(\ln x) dx$

(ب) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx$

سؤال ۳. حدهای زیر را محاسبه کنید.

(الف) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{i \times i}{(i \times n)^2 + (n \times n)^2}}$

(ب) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\ln n}$

سؤال ۴. همگرایی مطلق، همگرایی مشروط یا واگرایی سری‌های زیر را بررسی کنید.

(الف) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \sqrt{\ln(\ln n)}}$

(ب) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{3^n - n^2}$

سؤال ۵. تابع f را با ضابطه زیر در نظر بگیرید:

$$f(x) = e^x + \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt.$$

(الف) نشان دهید تابع f در هر نقطه از \mathbb{R} تعریف شده است و روی \mathbb{R} وارون پذیر می‌باشد. همچنین، معادله خط مماس بر نمودار تابع f^{-1} را در نقطه $(1, f^{-1}(1))$ (که روی نمودار f^{-1} است) به دست آورید.

(ب) مشتق پانزدهام f را در صفر محاسبه کنید.

سؤال ۳: ۱۰+۱۰ نمره،

سؤال ۲: ۱۵+۱۵ نمره،

سؤال ۱: ۱۰ نمره،

سؤال ۵: ۱۰+۱۰ نمره.

سؤال ۴: ۱۰+۱۰ نمره،

مجموع: ۱۰۰ نمره