

## سری یازدهم تمرینات

## تمرین ۱

شار میدان برداری  $F = yi + zk$  به سمت بیرون گذرنده از مرز مخروط توپر  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$  را به دست آورید.

## تمرین ۲

شار میدان برداری  $F = xi + yj$  به سمت بالا گذرنده از بخشی از رویه  $z = 2 - x^2 - 2y^2$  که بالای صفحه  $xy$  قرار می‌گیرد را به دست آورید.

## تمرین ۳

ا) مطلوبست مقدار انتگرال  $\oint_C (\sin x + 3y^2)dx + (2x - e^{-y^2})dy$  را محاسبه کنید که در آن  $C$  مرز نیم دیسک  $x^2 + y^2 \leq a^2$  و  $y \geq 0$  است، و خم در خلاف جهت عقربه‌های ساعت جهت‌دار شده است.

ب) مطلوبست مقدار انتگرال  $\oint_C x^2 y dx - xy^2 dy$  را محاسبه کنید که در آن  $C$  مرز ناحیه  $0 \leq y \leq \sqrt{9 - x^2}$  است و در جهت عقربه‌های ساعت جهت‌دار شده است.

## تمرین ۴

میدان برداری  $F = (x^2 + y + 2 + z)i + (e^{x^2} + y^2)j + (3 + x)k$  را در نظر بگیرید. به فرض  $a > 0$  و  $S$  قسمتی از رویه کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 2az + 3a^2$  باشد که در بالای صفحه  $xy$  قرار می‌گیرد. مطلوبست شار میدان برداری  $F$  به سمت بیرون روی ناحیه  $S$  را به دست آورید.

## تمرین ۵

مقدار انتگرال  $\oint_C y dx - x dy + z^2 dz$  محاسبه کنید، که در آن  $C$  اشتراک دو رویه  $z = y^2$  و  $x^2 + y^2 = 4$  می‌باشد و از نگاه بیننده که در نقطه بالای محور  $z$  ایستاده است در خلاف جهت عقربه‌های ساعت جهت‌دهی شده است.

تمرین ۶

مقدار انتگرال  $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS$  را محاسبه کنید، که در آن  $S$  رویه  $x^2 + y^2 + 2(z-1)^2 = 6$  و  $z \geq 0$  است و جهت  $\hat{\mathbf{N}}$  بردار یکه رو به بیرون (به سمت بیرون از مرکز) عمود بر رویه  $S$  است و میدان برداری برابر:

$$\mathbf{F} = (xz - y^2 \cos z)\mathbf{i} + x^2 e^z \mathbf{j} + xyz e^{x^2+y^2+z^2} \mathbf{k}$$

می‌باشد.