

سری هفتم تمرینات

تمرین ۱

نقاط بحرانی توابع زیر را مشخص کنید و نوع هر نقطه را مشخص کنید.

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4x + 4y \quad (\text{آ})$$

$$f(x, y) = \cos x + \cos y \quad (\text{ب})$$

$$f(x, y) = xe^{-x^2+y^2} \quad (\text{ج})$$

$$f(x, y) = \frac{1}{1-x+y+x^2+y^2} \quad (\text{د})$$

تمرین ۲

قیمت موادی که باید برای ساخت کف یک جعبه مورد استفاده قرار بگیرد در هر واحد مساحت دو برابر قیمت مواد مورد استفاده برای کناره‌ها و بالای جعبه می‌باشد. ابعاد جعبه‌ای به حجم V را پیدا کنید بطوری‌که قیمت تمام شده جعبه کمینه شود.

تمرین ۳

در بین تمام مکعب مستطیل‌هایی که اضلاع آن موازی محورهای مختصات می‌باشند و درون بیضی‌گون $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ قرار گیرند، مکعب مستطیلی را پیدا کنید که دارای بیشترین حجم ممکن باشد.

تمرین ۴

نقاط بحرانی تابع $z = g(x, y)$ را پیدا کنید که در معادله $e^{2zx-x^2} - 3e^{2zy+y^2} = 2$ صدق می‌کند.

سری هفتم تمرینات

تمرین ۵

نقاط بیشینه تابع $f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x + y)$ را بر روی ناحیه محصور توسط محورهای مختصات و خط $x + y = \pi$ پیدا کنید.

تمرین ۶

اگر تابع $T(x, y) = (x + y)e^{-x^2 - y^2}$ نمایانگر درجه حرارت در هر نقطه باشد. آنگاه گرم‌ترین و سردترین نقاط را روی دیسک واحد بدست آورید.

تمرین ۷

نقاطی از داخل بیضی‌گون $x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 108$ که تابع $f(x, y) = x + 2y - 3$ روی آنها کمینه یا بیشینه است را به دست آورید.