

سری پنجم تمرینات

تمرین ۱

به فرض تابع $f(x, y)$ در نقطه (a, b) پیوسته باشد. زاویه بین دو بردار v_1 و v_2 در چه شرطی صدق کند تا بتوانیم از مشتق‌های جهتی $D_{v_1} f(x, y)$ و $D_{v_2} f(x, y)$ بردار گرادینان در آن نقطه را مشخص کنیم؟

تمرین ۲

به فرض $T(x, y)$ نمایانگر دمای حرارت در هر نقطه از صفحه باشد و فرمول آن برابر $T(x, y) = x^2 - 2y^2$ باشد.

(ا) نمودار خم‌های نقاط هم دما را برای T رسم کنید.

(ب) مورچه‌ای که در نقطه $(2, -1)$ قرار دارد در کدام جهت باید حرکت کند تا در سریعترین حالت خنک شود؟

(ج) اگر مورچه در جهت قسمت قبل با سرعت k (واحد مسافت بر واحد زمان) حرکت کند. با چه نرخ این کاهش دما را احساس می‌کند؟

(د) مورچه بر روی چه خمی که از نقطه $(2, -1)$ حرکت کند تا همیشه بیشترین کاهش دما را احساس کند؟

تمرین ۳

معادله خمی را در صفحه xy پیدا کنید که از نقطه $(1, 1)$ بگذرد و با تمام سطح ترازهای تابع $f(x, y) = x^2 + y^2$ در صورت اشتراک، زاویه قائمه داشته باشد.

تمرین ۴

اگر v یک بردار ناصفر باشد. عبارت $D_v(D_v f(x, y))$ را بر حسب درایه‌های v و مشتق‌های جزئی مرتبه دوم بیان کنید. تفسیر این مقدار برای یک ذره متحرک چه می‌باشد؟