

سری دوم تمرینات

تمرین ۱

گراف توابع داده شده را رسم کنید.

$$f(x, y) = 4 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \leq 4, \quad x, y \geq 0 \quad (\text{آ})$$

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{ب})$$

تمرین ۲

سطح تراز توابع زیر را توصیف کنید.

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2} \quad (\text{آ})$$

$$f(x, y, z) = x + 2y - 3z \quad (\text{ب})$$

$$f(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{z^2} \quad (\text{ج})$$

تمرین ۳

در حدود زیر در صورت وجود حد، آن را محاسبه کنید یا عدم وجود حد را اثبات کنید.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^4} \quad (\text{آ})$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{x^2 (y-1)^2}{x^2 + (y-1)^2} \quad (\text{ب})$$

سری دوم تمرینات

تمرین ۴

معادله صفحه مماس و خط عمود بر آن را در نقطه $(\pi, 4)$ در گراف تابع $f(x, y) = \cos(\frac{x}{y})$ بدست آورید.

تمرین ۵

در هر قسمت نشان دهید تابع داده شده جوابی برای معادله مربوطه می باشد.

$$z = \frac{x+y}{x-y}, \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (\text{آ})$$

(ب) $z = f(x^2 - y^2)$ جوابی برای معادله $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ می باشد که در آن تابع f تابع مشتق پذیر یک متغیره ای دلخواه است.

تمرین ۶

ابتدا نشان دهید تابع $f(x, y)$ در مبدا پیوسته نمی باشد سپس وجود مشتقات جزئی آن در مبدا را نشان دهید. در نتیجه بر خلاف توابع تک متغیره وجود مشتقات جزئی پیوستگی تابع را نتیجه نمی دهد.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$